

See discussions, stats, and author profiles for this publication at: <https://www.researchgate.net/publication/328415199>

Sistemas de Control Automático I- Teoría y problemas aplicativos

Book · October 2018

DOI: 10.5281/zenodo.2560185

CITATIONS

0

READS

6,256

2 authors:



Ángel Almidón Elescano

Universidad Nacional de Huancavelica, Huancavelica

3 PUBLICATIONS 0 CITATIONS

[SEE PROFILE](#)



Edgar Julian-Laime

Universidad Nacional Amazónica de Madre de Dios

8 PUBLICATIONS 1 CITATION

[SEE PROFILE](#)

Some of the authors of this publication are also working on these related projects:



Developmet system with LabVIEW [View project](#)

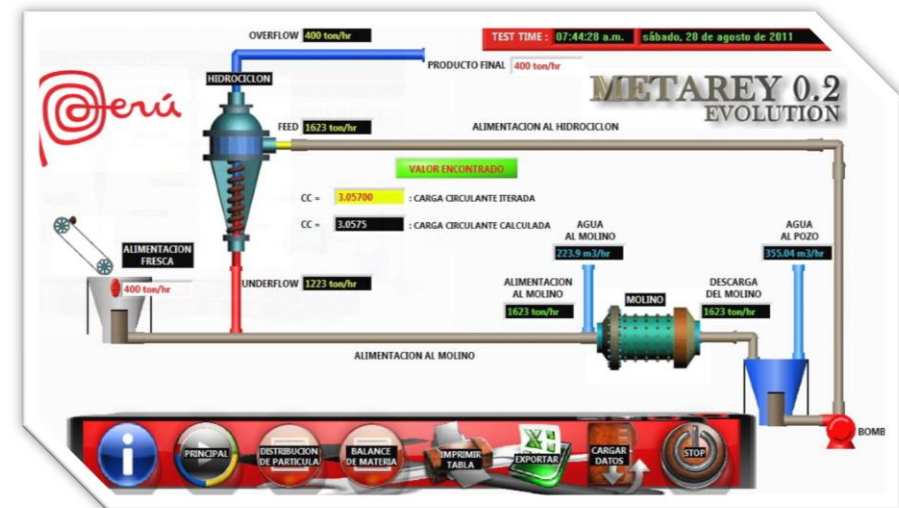
El control automático de los procesos constituye un tópico de avanzada en la ingeniería, es de vital importancia debido a que en la actualidad los procesos son controlados de manera autónoma y aquellos procesos en donde no se han implementado estos sistemas son considerados desfasados, en todo el mundo los países industrializados utilizan muchos recursos tecnológicos como es el caso de hardware y software especializado para controlar sus procesos con la mínima intervención humana, estos sistemas en esencia parten del mismo principio y todos ellos tienen fundamento en la teoría clásica de control, en esta obra los autores proporcionan las herramientas y los principios básicos para aprender a diseñar estos sistemas, cuyos avances fueron evolucionando con el transcurrir de los años, además la obra presenta ejercicios aplicativos desarrollados utilizando toda la potencia de la herramienta software MATLAB.



SISTEMAS DE CONTROL AUTOMÁTICO I

SISTEMAS DE CONTROL AUTOMÁTICO I

2da EDICIÓN



11/03/2013

Ángel Almidón Elecano
Edgar Rafael Julián Laime



CERTIFICADO DE DEPÓSITO LEGAL

Ley N° 26905, modificado por Ley N° 28377, Ley N° 29165, Reglamento D.S. N° 017-98-ED

N° 2017-09736

DATOS DEL OBLIGADO (DEPOSITANTE) :

NOMBRE : **ANGEL ALMIDÓN ELESCANO**
DNI : **23715269**
DIRECCIÓN : **JR. LEONCIO PRADO S/N AHUAYCHA**
: **HUANCAVELICA/TAYACAJA/AHUAYCHA**
TELÉFONO : **990866060/986774828**
CALIDAD DEL DEPOSITANTE : **AUTOR/EDITOR**
TIPO DE ENTIDAD : **SECTOR PRIVADO**


DATOS DE LA PUBLICACIÓN :

TIPO DE PUBLICACIÓN : **MONOGRAFÍA : LIBRO O FOLLETO**
TÍTULO DE LA OBRA : **Sistemas de control automático I : teoría y problemas aplicativos**
N° DE EDICIÓN : **2a ed.**
AUTOR (ES) : **ALMIDÓN ELESCANO, ANGEL ; JULIÁN LAIME, EDGAR RAFAEL**
PÁGINA(S) : **152**
LUGAR Y AÑO DE EDICIÓN : **HUANCAVELICA / TAYACAJA / AHUAYCHA - AGOSTO 2017**
IMPRENTA / PRODUCTOR : **HECHO POR COMPUTADORA**
LUGAR Y FECHA DE IMPRESIÓN : **HUANCAVELICA / TAYACAJA / AHUAYCHA - AGOSTO 2017**
NÚMERO DE EJEMPLARES : **4**

2017/08/29-34308-4
WHUAMAN

Lima, 29 de Agosto de 2017

BIBLIOTECA NACIONAL DEL PERÚ
DIRECCION DE DEPOSITO LEGAL, IS5V Y ADQUISICIONES



ABOG. NARDA VIRGINIA QUISPE QUISPE
DIRECTORA EJECUTIVA



PORTADA

ANGEL ALMIDÓN ELESCANO

Docente e Investigador de la Universidad Nacional de Huancavelica

EDGAR RAFAEL JULIÁN LAIME

Investigador de la Universidad Nacional Amazónica de Madre de Dios

SISTEMAS DE CONTROL AUTOMÁTICO I

Teoría y problemas aplicativos

SISTEMAS DE CONTROL AUTOMÁTICO I

Autores

Ángel almidón Elescano

Jr. Leoncio Prado S/N

Ahuaycha-Tayacaja-Huancavelica

Pampas-Tayacaja-Huancavelica

Edgar Rafael Julián Laime

Av. Dos de Mayo 1081

Puerto Maldonado-Tambopata-Madre de Dios

Editor

Ángel almidón Elescano

"Jr. Leoncio Prado S/N

Ahuaycha-Tayacaja-Huancavelica"

2da Edición, abril 2017

Impresión 500 ejemplares

Impresión Editorial

"Ahuaycha-Tayacaja-Huancavelica

Impreso en Perú / Printed in Peru

Hecho el depósito legal en la Biblioteca Nacional del Perú N° 2017-09736

DERECHOS RESERVADOS: Decreto Legislativo N° 822

Prohibida la reproducción de este libro por cualquier medio, total o parcialmente sin permiso expreso del autor.

Consultas

Tel. 990866060/964472121

Email: angelalmidon@hotmail.com/ejulian@unamad.edu.pe

INDICE DE CONTENIDO

PORTADA	i
CONTRAPORTADA.....	ii
INDICE DE CONTENIDO	iii
INDICE DE FIGURAS	vii
INDICE DE TABLAS.....	x
INTRODUCCIÓN	¡Error! Marcador no definido.
CAPITULO I: CONCEPTOS Y DEFINICIONES BÁSICAS	1
1.1. El Control Automático	1
1.2. Definiciones.....	2
1.2.1. Planta.....	2
1.2.2. Proceso.	2
1.2.3. Sistemas.....	2
1.2.4. El sistema de procesos.	3
1.3. Variables.....	4
1.3.1. Variable controlada.	4
1.3.2. Variable manipulada.....	4
1.3.3. Perturbaciones.....	4
1.3.4. Variables intermedias.....	5
1.3.5. Parámetros.....	5
1.3.6. Control.....	5
1.4. El estado estacionario (E. E.)	5
1.5. Control de procesos.....	5
1.6. Niveles de control	6
1.7. El estado no estacionario (E. N. E.)	6
1.8. Control de retroalimentación (“Feedback”).....	7
1.9. Respuestas transitorias.....	8
1.10. Principios básicos de diseño de sistemas de control.....	10
1.10.1. Requisitos generales de sistemas de control.....	10
1.10.2. Teoría de control moderno versus teoría de control clásico.....	10
1.10.3. Modelado matemático	11
1.10.4. Análisis y diseño de sistemas de control	11
1.10.5. Método básico de diseño de control.....	12
CAPITULO II: SISTEMAS DE CONTROL.....	15
2.1. Los Sistemas de Control Automático.....	15
2.2. Sistema de control retroalimentado (“Feedback”).....	17

2.3.	Servosistemas	17
2.4.	Sistema de regulación automática.....	17
2.5.	Sistemas de control de procesos	18
2.6.	Sistema de control de lazo cerrado: (“closedloop”).....	19
2.7.	Sistema de control de lazo abierto	20
2.8.	Sistema de control de lazo cerrado versus de lazo abierto	21
2.9.	Control combinado de lazo abierto y lazo cerrado	22
2.10.	Sistemas de control adaptables	23
2.11.	Sistemas de control con aprendizaje.....	24
2.12.	Clasificación de sistemas de control.....	24
2.13.	Sistemas de control lineales versus no lineales	24
2.14.	Sistemas de control de tiempo continuo versus tiempo discreto	25
2.14.1.	Sistemas de control con una entrada y una salida versus con múltiples entradas y múltiples salidas	25
2.14.2.	Sistemas de control con parámetros agrupados vs parámetros distribuidos ...	25
2.14.3.	Sistemas de control determinísticos versus estocásticos.....	25
CAPITULO III: CONTROL E INSTRUMENTACION DE PROCESOS.....		26
3.1.	Instrumentos.....	26
3.1.1.	Medidores de temperatura	26
3.1.2.	Medidores de presión.....	27
3.1.3.	Medidores de flujo	28
3.1.4.	Mediciones de nivel	28
3.1.5.	Medición de propiedades físicas.....	29
3.2.	Objetivos de la instrumentación y control.....	30
3.3.	Esquemas de control automático	31
3.3.1.	Reglas para confección de diagramas de control e instrumentación	31
3.3.2.	Nomenclatura.....	32
3.3.3.	Símbolos básicos de instrumentos	33
3.3.4.	Identificación de instrumentos.....	33
3.4.	Sistemas típicos de control	34
3.4.1.	Control de nivel.....	34
3.4.2.	Control de presión	35
3.4.3.	El control de flujo.....	36
3.4.4.	Intercambiadores de calor	37
3.4.5.	Control de condensadores	37
3.4.6.	Control de rehervidores y vaporizadores	38
3.4.7.	Control en cascada.....	38

3.4.8.	Control proporcionador	38
3.4.9.	Control de columnas de destilación	39
3.4.10.	Control de reactores	43
3.4.11.	Alarmas y dispositivos de seguridad.....	44
CAPITULO IV: LA FUNCIÓN DE TRANSFERENCIA.....		45
4.1.	Estudio dinámico de la Función de transferencia	46
4.2.	Función de transferencia de lazo abierto y función de transferencia directa	49
4.3.	Función de transferencia de lazo cerrado	50
4.4.	Sistemas sometidos a una perturbación	50
4.5.	Elementos del sistema (de la función de transferencia)	52
4.6.	Proceso: Modelo matemático de sistemas dinámicos	53
CAPITULO V: RESPUESTAS TRANSITORIAS		74
5.1.	Funciones elementales de excitación.....	75
5.1.1.	Función escalón	75
5.1.2.	Impulso unidad	76
5.1.3.	Rampa unidad	76
5.1.4.	Función sinusoidal.....	77
5.2.	Análisis temporal de los sistemas de primer orden.....	77
5.2.1.	Respuesta a escalón unidad	78
5.2.2.	Respuesta a impulso unidad	83
5.2.3.	Respuesta a entrada en rampa	86
5.2.4.	Propiedades de los sistemas lineales invariantes en el tiempo	89
5.3.	Respuesta de sistemas de primer orden en serie	89
5.3.1.	Sistema no interactuante	90
5.3.2.	Generalización de varios sistemas no interactuantes.....	92
5.3.3.	Sistemas interactuantes	93
5.4.	Definición de los parámetros de respuesta transitoria	95
5.5.	Análisis teórico de la respuesta escalón	97
5.6.	Comentarios sobre los parámetros de respuesta transitoria	101
CAPITULO VI: CONTROL PID		103
6.1.	Los tres términos del controlador.....	103
6.2.	Características de los controladores P, I y D	104
6.3.	Caso de estudio	104
6.4.	Respuesta escalón en bucle abierto	105
6.5.	Control proporcional.....	106
6.6.	Control proporcional y derivativo.....	108
6.7.	Control proporcional e integral.....	109

6.8.	Control proporcional, integral y derivativo.....	110
6.9.	Consejos generales para el diseño de un controlador PID	111
CAPITULO VII: CRITERIO DE ESTABILIDAD DE ROUTH.....		117
7.1.	Estabilidad.....	117
7.2.	Criterio de Estabilidad de ROUTH.....	117
CAPITULO VIII: CRITERIO DE ESTABILIDAD DE NYQUIST.....		122
8.1.	TRANSFORMACIÓN DE CONTORNOS EN EL PLANO S.....	122
8.2.	TEOREMA DE CAUCHY (PRINCIPIO DEL ARGUMENTO)	124
8.3.	EL CRITERIO DE NYQUIST	125
8.3.1.	Criterio de estabilidad de Nyquist.....	125
8.3.2.	Estabilidad relativa y criterio de Nyquist	126

INDICE DE FIGURAS

Figura 1: Variabilidad Proceso de calentamiento de un líquido	3
Figura 2: Variables y perturbaciones	4
Figura 3: Temperatura de entrada vs tiempo.....	9
Figura 4: Temperatura de entrada idealizada vs tiempo.....	9
Figura 5: Temperatura del tanque versus tiempo para valores diferentes de K_c	10
Figura 6: Proceso industrial típico.....	16
Figura 7: Diagrama de bloques de un proceso industrial típico.....	16
Figura 8: Sistema de control de temperatura	18
Figura 9: Sistema de control de lazo cerrado	19
Figura 10: Diagrama de bloques del sistema de control de lazo cerrado	20
Figura 11: Sistema de control de lazo abierto	20
Figura 12: Diagrama de bloques del sistema de control de lazo abierto.....	21
Figura 13: Control combinado con retroalimentación y alimentación directa.....	23
Figura 14: Control de nivel	35
Figura 15: (a) Control de presión de salida directa	35
Figura 16: (b) Control de presión de salida directa	35
Figura 17: (c) Control de presión Control de presión en el condensador mediante el flujo de refrigerante	36
Figura 18: (d) Control de presión Control de presión de un condensador, mediante la variación del área de transferencia de calor dependiente del nivel de liquido	36
Figura 19: (a) Control de flujo para una bomba recíproca.....	36
Figura 20: (b) Esquema alternativo para bomba o compresor centrífugo.....	37
Figura 21: (a) Control de una corriente de fluido	37
Figura 22: (b) Control en "bypass"	37
Figura 23: Control de un vaporizador	38
Figura 24: Control proporcionador	39
Figura 25: (a) Modelo de control de temperatura. Con este arreglo puede ocurrir interacción entre los controladores de temperatura del tope y el fondo.....	40
Figura 26: (b) Control de composición. Razón de reflujo controlada por un controlador proporcionador, o separador, y los productos del fondo tienen una relación fija respecto a la alimentación	41
Figura 27: (c) Control de composición. Producto del tope y ebullición controlada por la alimentación.....	41
Figura 28: (d) Columna empacada. Control de presión diferencial	42
Figura 29: (e) Destilación "batch" reflujo en cascada con la temperatura para mantener composición constante en el tope	42
Figura 30: Esquema típico de control de un CSTR, control de temperatura en cascada y control de flujo de reactante	43
Figura 31: Válvula de control	45
Figura 32: Ejemplos de funciones de transferencia en la industria	46
Figura 33: Componentes del sistema de lazo cerrado	48
Figura 34: Sistema de lazo cerrado.....	49
Figura 35: Sistema de lazo cerrado sujeto a una perturbación	51
Figura 36: Diagrama de bloques del elemento de tiempo muerto del proceso	52
Figura 37: Sistema de control en un intercambiador	54
Figura 38: Diagrama de bloques del sistema de control	55

Figura 39: (a) Sistema de Control de Líquido.....	59
Figura 40: (b) Curva de nivel en función del gasto	60
Figura 41: Sistema de Nivel de líquido.....	62
Figura 42: Sistema Térmico.....	67
Figura 43: Diagrama de Bloques del Sistema	69
Figura 44: Sistema de mezclado	69
Figura 45: CSTR.....	71
Figura 46: Función escalón	75
Figura 47: Función impulso	76
Figura 48: Función rampa.....	76
Figura 49: Curva de respuesta exponencial.....	79
Figura 50: Diagrama de $ y(t) - y(\infty) / y(0) - y(\infty) $ en función de t en papel semilogarítmico.....	80
Figura 51: Respuesta a un escalón unitario de una función de transferencia de primer orden.....	81
Figura 52: Respuesta a un escalón unitario de una función de transferencia de segundo orden	82
Figura 53: Respuesta de un sistema de primer orden a un impulso unitario	83
Figura 54: Respuesta a un impulso unitario de $G(s) = 1/0,1s + 1$	84
Figura 55: Respuesta a un impulso unitario de un sistema de segundo orden	85
Figura 56: Respuesta de un sistema de primer orden a una rampa unitaria	86
Figura 57: Respuesta del termómetro a una rampa unitaria.....	87
Figura 58: Respuesta de un sistema de segundo orden a una rampa unitaria	89
Figura 59: Respuesta transitoria del sistema de nivel de líquido	91
Figura 60: Efecto de la interacción para dos tanques	95
Figura 61: Curva de respuesta al escalón unitario, mostrando t_d , t_r , t_p , M_p , t_s	97
Figura 62: Diagrama de bloques simplificado	97
Figura 63: Sistema de segundo orden	98
Figura 64: Sistema de control de Lazo cerrado	103
Figura 65: Respuesta de lazo abierto del intercambiador a un escalón	106
Figura 66: Control proporcional de lazo cerrado para el intercambiador.....	107
Figura 67: Control proporcional derivado de lazo cerrado para el intercambiador .	108
Figura 68: Control proporcional integral de lazo cerrado para el intercambiador	109
Figura 69: Control proporcional integral derivado (PID) de lazo cerrado para el intercambiador.....	110
Figura 70: Esquema de sistema de control de lazo cerrado con retroalimentación (feedback).....	111
Figura 71: Respuesta de lazo cerrado para $K_p = 2$	113
Figura 72: Respuesta de lazo cerrado para $K_p = 9$ y $K_d = 4$	114
Figura 73: Respuesta de lazo para $K_p = 2$ $K_d = 3$ $K_i = 4$	115
Figura 74: Diagrama de bloques del sistema.....	119
Figura 75: Transformación de planos	123
Figura 76: Transformación de planos	123
Figura 77: Plano s sin encerrar a ningún cero o polo	124
Figura 78: Plano s encerrando a polo de la función	124
Figura 79: Plano s encerrando a un cero y un polo de la función	124
Figura 80: Grafica del criterio de NYQUIST.....	125

Figura 81: Margen de fase (mf)	126
Figura 82: Grafica del contorno	127
Figura 83: Gráfica POLAR.....	128
Figura 84: Gráfica de Nyquist.....	129

INDICE DE TABLAS

Tabla 1: Símbolos básicos en instrumentación	33
Tabla 2: Identificación de instrumentos	33
Tabla 3: Casos especiales de símbolos en instrumentación	34
Tabla 4: Características PID.....	104

CAPITULO I: CONCEPTOS Y DEFINICIONES BÁSICAS

1.1. El Control Automático

El *control automático* ha jugado un papel vital en el avance de la ciencia y de la ingeniería, constituyéndose parte integral e importante de los procesos industriales y de manufactura moderna, resultando esencial en operaciones industriales como el control de presión, temperatura, humedad y viscosidad, y flujo en las industrias de transformación.

Los procesos se controlan con mayor precisión para dar productos más uniformes y de más alta calidad, mediante la aplicación del control automático, lo cual con frecuencia representa mayores ganancias. El control automático también tiene grandes ventajas con ciertas operaciones remotas, peligrosas y rutinarias.

Puesto que el beneficio del proceso es por lo común la ventaja más importante que se busca al aplicar el control automático, la calidad del control y su costo se deben comparar con los beneficios económicos y técnicos esperados del proceso.

El primer trabajo significativo en control automático fue el regulador centrífugo de James Watt para el control de velocidad de una máquina de vapor, en el siglo dieciocho. En 1922 Minorsky uso las ecuaciones diferenciales que describen al sistema para demostrar la estabilidad del mismo. En 1932 Nyquist desarrolló un procedimiento para determinar la estabilidad de los sistemas de lazo cerrado sobre la base de la respuesta de lazo abierto con excitación sinusoidal en régimen permanente. En 1934 Hazen introdujo el término de servomecanismos y desarrolló el diseño de los mismos.

Durante la década de los cuarenta, los métodos de respuesta en frecuencia posibilitaron el diseño de sistemas lineales de control de lazo cerrado. De fines de los cuarenta a principios de los cincuenta, Evans desarrolló por completo el método del lugar de las raíces.

Los métodos de respuesta de frecuencia y del lugar de las raíces, que son el corazón de la Teoría Clásica de Control, llevan a sistemas que son estables y que satisfacen un conjunto de requerimientos de funcionamiento más o menos arbitrarios. Tales sistemas son, en general, aceptables pero no óptimos. Desde fines de los cincuenta, el énfasis en problemas de diseño de sistemas de control se desplazó al diseño de un sistema óptimo.

Como las plantas modernas con muchas entradas y salidas, se van haciendo más y más complejas, la descripción de un sistema moderno de control requiere una gran cantidad de ecuaciones. La teoría de control clásica, que trata de sistemas con una entrada y una salida, se vuelve absolutamente impotente ante sistemas de múltiples entradas y salidas. Hacia 1960, gracias a la disponibilidad de las computadoras digitales, se hizo posible el análisis de sistemas complejos en el dominio del tiempo; desde entonces se ha desarrollado la Teoría de Control Moderna, basada en el análisis y síntesis en el dominio del tiempo, utilizando variables de estado, con lo que se posibilita afrontar la complejidad creciente de las plantas modernas y los estrictos requisitos de exactitud, peso y costo.

Los desarrollos más recientes en la teoría de control moderna están en el campo del control óptimo de sistemas, tanto determinísticos como estocásticos, así como en sistemas de control complejos con adaptación y aprendizaje. Las aplicaciones más recientes de la teoría de control moderna incluyen sistemas no ingenieriles como los de biología, biomedicina, economía y socio economía.

1.2. Definiciones

1.2.1. Planta.

Una planta es un equipo, quizá simplemente un juego de piezas de una máquina, funcionando conjuntamente, cuyo objetivo es realizar una operación determinada. En este libro llamaremos planta a cualquier objeto físico que deba controlarse (como un horno de calentamiento, un reactor químico o columna de destilación)

1.2.2. Proceso.

El diccionario Merriam-Webster define proceso como una operación o desarrollo natural, caracterizado por una serie de cambios graduales, progresivamente continuos, que se suceden uno a otro de un modo relativamente fijo, y que tienden a un determinado resultado o final; o a una operación voluntaria o artificial progresivamente continua, que consiste en una serie de acciones controladas o movimientos dirigidos sistemáticamente hacia determinado resultado o fin. En este libro se denomina proceso a cualquier operación que deba controlarse. Ejemplos de ellos son los procesos químicos, económicos y biológicos.

1.2.3. Sistemas.

Es la combinación de componentes que actúan conjuntamente y cumple determinado objetivo. Un sistema no está limitado a objetivos físicos. El concepto de sistema puede

aplicarse a fenómenos dinámicos abstractos, como los que se encuentran en economía. Por tanto, el término sistema hay que interpretarlo como referido a sistemas físicos, biológicos, económicos y otros.

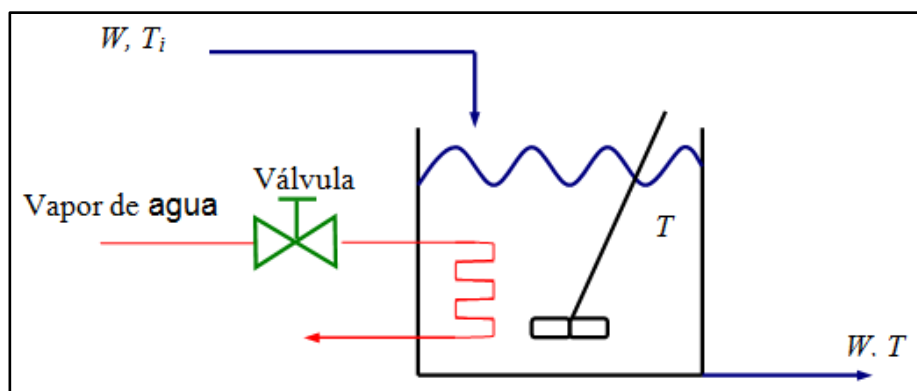
1.2.4. El sistema de procesos.

Es un conjunto de procesos físicos y químicos ínter relacionados y medios físicos que lo implementan. Todo sistema de proceso tiene entradas y salidas. Entradas puede ser materia prima, temperatura, concentración etc. Un sistema está sujeto usualmente a señales o perturbaciones que para compensarlas se hace uso de correcciones o acciones de control. En este libro se denominará a un sistema de procesos químicos como sistema de procesos o simplemente como proceso.

Para visualizar un sistema de proceso simple vamos a considerar el siguiente proceso de calentamiento:

Se dispone de una corriente de líquido a razón de W (kg/h) y una temperatura T_i (oK). Se desea calentar esta corriente hasta una temperatura T_R (oK) según el sistema de calentamiento mostrado en la Figura 1. El fluido ingresa a un tanque bien agitado el cual está equipado con un serpentín de calentamiento mediante vapor. Se asume que la agitación es suficiente para conseguir que todo el fluido en el tanque esté a la misma temperatura T . El fluido calentado es removido por el fondo del tanque a razón de W (kg/h) como producto de este proceso de calentamiento. Bajo estas condiciones la masa de fluido retenido en el tanque permanece constante en el tiempo y la temperatura del efluente es la misma que del fluido en el tanque. Por un diseño satisfactorio esta temperatura debe ser T_R . El calor específico del fluido es C_p , se asume que permanece constante, independiente de la temperatura.

Figura 1: Variabilidad Proceso de calentamiento de un líquido



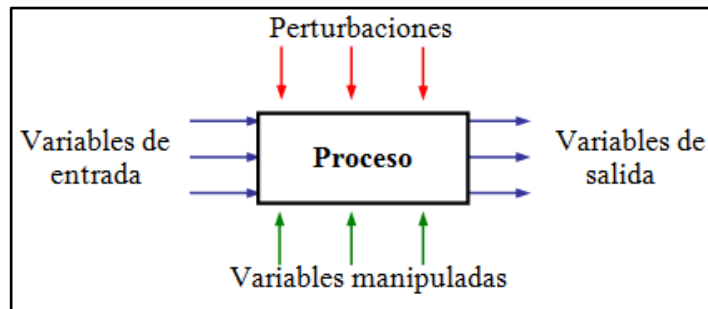
Este típico proceso se puede ver muy a menudo en las industriales alimentarias y químicas, debido a que en todas ellas se requiere de calentar fluidos, es por ello que

tomamos como un ejemplo didáctico dicho sistema, a continuación se evaluarán las variables que intervienen en dicho sistema.

1.3. Variables

Las variables de entrada y salida del proceso son de diferentes tipos:

Figura 2: Variables y perturbaciones



1.3.1. Variable controlada.

Es la cantidad o condición que se mide y controla. Normalmente la variable controlada es la salida del sistema y cambia con el progreso del proceso. Por Ejemplo:

- La Temperatura de salida de la corriente de proceso en el calentador de la Figura 2
- La Composición de salida en un sistema de reacción.

1.3.2. Variable manipulada.

Es la cantidad o condición modificada por el controlador a fin de afectar la variable controlada. Estas afectan el curso del proceso y pueden ser medidas y cambiadas a voluntad. Por Ejemplo:

- El caudal de vapor en el calentador de la Figura 2
- La Composición de entrada en un sistema de reacción.

1.3.3. Perturbaciones.

Es una señal que tiene a afectar adversamente el valor de la salida del sistema. Estas afectan directamente el curso del proceso pero no pueden ser cambiadas a voluntad. Por Ejemplo:

- Cambio repentino en el caudal de entrada en un sistema de reacción.

Las perturbaciones pueden ser:

- Perturbaciones Internas: Cuando se generan dentro del sistema
- Perturbaciones Externas: Cuando se generan fuera del sistema y constituye una entrada.

1.3.4. Variables intermedias.

Son variables relacionadas con el curso del proceso solo indirectamente. Por Ejemplo, la temperatura del vapor en el tanque de calentamiento o la temperatura del agua de enfriamiento en un sistema de reacción.

1.3.5. Parámetros.

Son las variables que toman un valor fijo durante el proceso.

Por Ejemplo, la presión de operación en un reactor.

1.3.6. Control.

Significa medir el valor de la variable controlada del sistema y aplicar al sistema la variable manipulada para corregir o limitar la desviación del valor medido, respecto al valor deseado.

1.4. El estado estacionario (E. E.)

Un proceso es denominado al estado estacionario (estático) cuando ninguna de sus variables está cambiando con el tiempo. Al estado estacionario deseado, puede escribirse un balance de energía para el proceso de calentamiento:

$$q_s = W \cdot C_p \cdot (T_s - T_{iS}) \dots\dots\dots (1.1)$$

Donde q_s es calor entrando al tanque y el subíndice s es adicionado para indicar valor de diseño al E. E. Por un diseño satisfactorio, la temperatura al E. E. de la corriente de salida T_s debe ser igual a T_R . De aquí:

$$q_s = W \cdot C_p \cdot (T_R - T_{iS}) \dots\dots\dots (1.2)$$

Sin embargo, es evidente que, si el calentador es ajustado para entregar una carga de calor constante q_s , al cambiar las condiciones del proceso, la temperatura en el tanque también cambiará de T_R . Una condición típica del proceso que puede cambiar es la temperatura de entrada T_i .

Una solución obvia al problema es diseñar el controlador de tal manera que la entrada de calor sea variada para mantener la temperatura T igual o cerca de T_R .

1.5. Control de procesos

Es necesario decidir que tanto debe ser cambiado el calor de entrada q desde q_s para corregir cualquier desviación de T desde T_R . Una solución podría ser colocar un operario del proceso, quien deberá ser responsable de controlar el proceso de calentamiento. El operario deberá observar la temperatura en el tanque, presumiblemente con un

elemento de medida tal como una termocupla, un termómetro o un sensor y comparar esta temperatura con T_R , él deberá aumentar la entrada de calor y viceversa. A medida que él sea experimentado en esta tarea, sabrá cuanto cambiar q para cada situación. Sin embargo, esta tarea relativamente simple puede ser fácilmente y a menor costo ejecutada por una máquina. El uso de máquinas para este y similares propósitos es conocido como control automático de procesos.

1.6. Niveles de control

Control manual. Cuando el trabajo de regular alguna variable con el fin de compensar alguna alteración en el proceso es ejecutada manualmente (por un operario), basado en mediciones previas de la variable controlada y en la experiencia.

1.6.1. Control automático simple.

Cuando el trabajo anterior es ejecutado por una máquina, obedeciendo indicaciones dadas de antemano según el tipo de proceso a controlar y el modo de acción de la máquina (controlador) Este modo de control es ejecutado en forma individual para cada sistema de proceso.

1.6.2. Control automático por computadora.

Es la forma moderna de control de procesos, es un control integral (de todo el proceso) mediante una sola máquina (computadora digital), la cual analiza las señales dadas por los puntos de medición y emite las señales respectivas hacia los elementos que regulan las variables.

1.7. El estado no estacionario (E. N. E.)

Si una máquina está siendo usada para controlar el proceso, es necesario decidir en adelante precisamente que cambios deberán hacerse en la entrada de calor q para cada situación posible que pueda ocurrir. Nosotros no podemos contar con el juicio de la máquina tanto como del operario. Las máquinas no piensan; ellas simplemente ejecutan una tarea predeterminada de una manera también predeterminada.

Para tener la capacidad de hacer las decisiones de control con anticipación (y alimentar los datos a la máquina) es necesario conocer cómo cambia la temperatura en el tanque en respuesta a cambios en T_i y q . Para esto es necesario escribir el balance de energía al estado no estacionario o transitorio (dinámico). Los términos entrada y salida en este balance son los mismos que los usados en el balance al estado estacionario, Ec. (1.1), en

adición aquí hay una acumulación transitoria de energía en el tanque, la cual puede escribirse:

$$\text{Acumulación} = \rho \cdot V \cdot Cp \cdot \frac{dT}{dt} \dots\dots\dots (1.3)$$

Donde:

Acumulación = se refiere a la acumulación de energía en el sistema $\left(\frac{\text{Energía}}{\text{tiempo}}\right)$

ρ = densidad del fluido $\left(\frac{Kg}{m^3}\right)$

V = volumen del fluido en el tanque (m^3)

t = variable independiente tiempo (s)

Asumiendo que los flujos de entrada y salida son iguales y constantes, así como el término $\rho \cdot V$, el cual es la masa del fluido en el tanque, también constante. De:

$$\rho \cdot V \cdot Cp \cdot \frac{dT}{dt} = W \cdot Cp \cdot (T_i - T) + q \dots\dots\dots (1.4)$$

La Ec. (1.1) es la solución al estado estacionario de la Ec. (1.4), obtenida para el tiempo cero.

1.8. Control de retroalimentación (“Feedback”)

Como se ha discutido anteriormente, el controlador realiza el mismo trabajo que el operador humano, excepto que al controlador se le dice de antemano como hacerlo exactamente. Esto permite que el controlador use los valores de T y T_R para ajustar la entrada de calor de acuerdo a una fórmula predeterminada. Denominando a la diferencia entre estas temperaturas $T - T_R$, como error. Claramente, lo adecuado será cuando el error sea cero.

Basándose en estas consideraciones, es natural sugerir que el controlador debería cambiar la entrada de calor por una cantidad proporcional al error. Entonces una formula plausible para el controlador es la siguiente

$$q(t) = W \cdot Cp \cdot (T_R - T_{is}) + K_C \cdot (T_R - T) \dots\dots\dots (1.5)$$

Donde K_c es una constante de proporcionalidad (positiva). Esto es denominado control proporcional. En efecto, el controlador es instruido para mantener la entrada de calor al valor de diseño de estado estacionario q_s mientras que T sea igual a T_R [Ec. (1.2)], en este caso el error es cero. Si T se desvía de T_R , causando un error, el controlador hace uso de la magnitud del error para cambiar proporcionalmente la entrada de calor. El lector debe verificar que este cambio sea en la dirección correcta. Nosotros nos

reservaremos el derecho a variar el parámetro K_c para satisfacer nuestras necesidades. Este grado de libertad forma parte de nuestras instrucciones al controlador.

El concepto de usar información acerca de la desviación del sistema de su estado deseado para controlar el sistema es denominado control de retroalimentación (“feedback”). La información acerca del estado del sistema es “retroalimentada” a un controlador, el cual utiliza esta información para cambiar el sistema en alguna dirección. En el presente caso, la información es la temperatura T y el cambio es realizado en q . Cuando el término $wC(TR - T_{is})$ es abreviado a q , la Ec. (1.4) es

$$q = q_s + K_c \cdot (T_R - T) \dots\dots\dots(1.6a)$$

1.9. Respuestas transitorias

Sustituyendo la Ec. (1.4a) en la Ec. (1.3) y reorganizando se tiene:

$$\tau_1 \frac{dT}{dt} + \left(\frac{K_c}{w \cdot C} + 1 \right) T = T_i + \frac{K_c}{w \cdot C} \cdot T_R + \frac{q_s}{w \cdot C} \dots\dots\dots(1.6b)$$

Donde:

$$\tau_1 = \frac{\rho \cdot V}{w}$$

El término τ_1 tiene las dimensiones de tiempo y es conocido como la constante de tiempo del tanque. Nosotros estudiaremos el significado de la constante de tiempo con más detalle en el Cap.6. Hasta ahora, es suficiente notar que es el tiempo requerido para llenar el tanque con un flujo de entrada de w . T_i es la temperatura de entrada, la cual hemos asumido es una función del tiempo. Su valor normal es T_{is} , y q_s , está basado en este valor. La Ec. (1.5) describe la forma como la temperatura del tanque cambia en respuesta a cambios en T_i y q .

Suponga que el proceso está procediendo normalmente a las condiciones de diseño de estado estacionario. A un tiempo arbitrariamente denominado cero, la temperatura de entrada la cual está a T_{is} de repente sufre un incremento permanente de unos cuantos grados hasta un nuevo valor de $T_{is} + \Delta T_i$, como muestra la Figura 3. Por conveniencia matemática, esta perturbación es idealizada a la forma mostrada en la Figura 3. La ecuación para la función $T_i(t)$ de la Figura 3 es:

$$T_i(t) = \begin{cases} T_{is} & t < 0 \\ T_{is} + \Delta T_i & t > 0 \end{cases} \dots\dots\dots(1.7)$$

Este tipo de función es conocido como función escalón (salto) y es usada extensivamente en el estudio de respuesta transitoria debido a la simplicidad de la Ec.(1.6). La

justificación para el uso del cambio en escalón es que la respuesta de T a esta función no diferirá significativamente de la respuesta a la perturbación más realista mostrada en la figura siguiente.

Para determinar la respuesta de T a un cambio de escalón en T_i , es necesario sustituir la Ec. (1.6) en (1.5) y resolver la ecuación diferencial resultante para $T(t)$. Como el proceso está al estado estacionario durante (y antes) del tiempo cero, la condición inicial es $T(0) = T_R$ (1.8)

Figura 3: Temperatura de entrada vs tiempo.

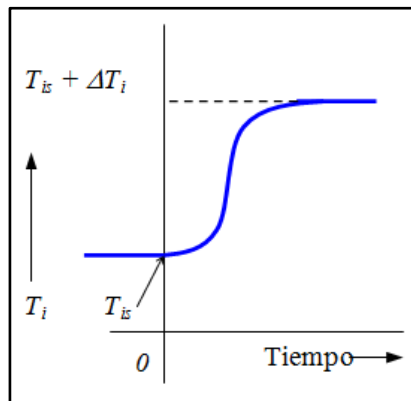
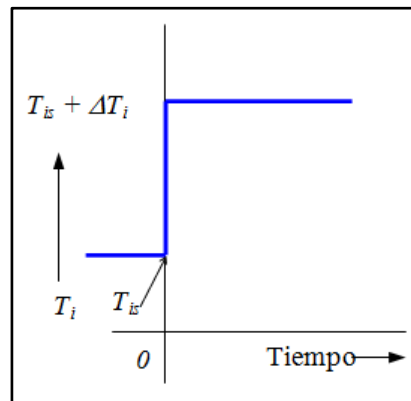


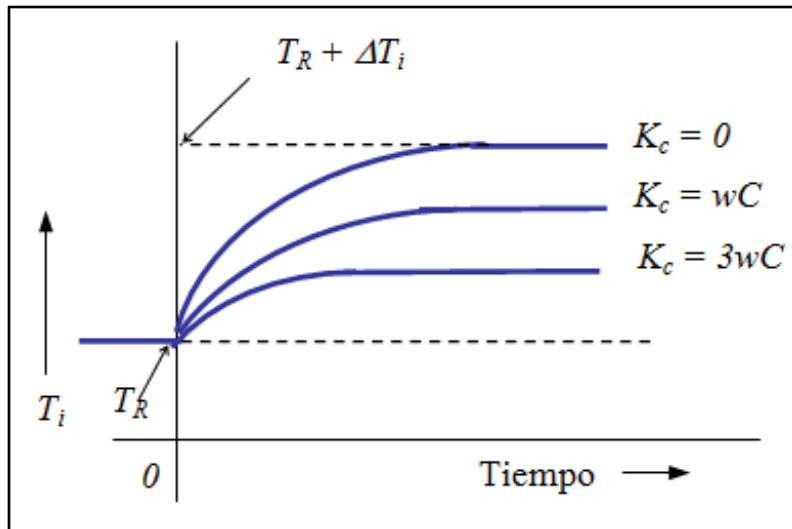
Figura 4: Temperatura de entrada idealizada vs tiempo.



El lector puede verificar fácilmente (y debería hacerlo) que la solución a las Ecs. (1.6), (1.7) y (1.8) es

$$T = T_R + \frac{\Delta T_i}{K_C/w.C+1} (1 - e^{-(K_C.w.C+1)t/\tau_1}) \dots\dots\dots (1.9)$$

La respuesta de este sistema, o la temperatura del tanque versus el tiempo, para un cambio en escalón de la temperatura T_i se muestra en la Figura 5 para diferentes valores del parámetro de control ajustable K_c .

Figura 5: Temperatura del tanque versus tiempo para valores diferentes de K_c 

1.10. Principios básicos de diseño de sistemas de control

1.10.1. Requisitos generales de sistemas de control.

Todo sistema de control debe ser estable. Este es un requisito básico, además de estabilidad absoluta, un sistema de control debe tener una estabilidad relativa razonable; es decir, la respuesta debe mostrar un amortiguamiento razonable. Asimismo, la velocidad de respuesta debe ser razonablemente rápida, y el sistema de control debe ser capaz de reducir los errores a cero, o a un valor pequeño tolerable. Cualquier sistema de control, para ser útil, debe satisfacer estos requisitos.

El requisito de estabilidad relativa razonable y el de la precisión de estado estacionario tienden a ser incompatibles, por lo tanto, al diseñar sistemas de control resulta necesario efectuar el mejor compromiso entre estos dos requerimientos.

1.10.2. Teoría de control moderno versus teoría de control clásico.

La teoría de control clásica utiliza extensamente el concepto de función de transferencia (o transmitancia). Se realiza el análisis y el diseño en el dominio de s (Laplace) y/o en el dominio de la frecuencia. La teoría de control moderna que está basada en el concepto del espacio de estado, utiliza extensamente el análisis vectorial-matricial. El análisis y el diseño se realizan en el dominio del tiempo.

La teoría de control clásica brinda generalmente buenos resultados para sistemas de control de una entrada y una salida. Sin embargo, la teoría clásica no puede manejar los sistemas de control de múltiples entradas y múltiples salidas.

En este libro se presentan en su primera parte los métodos de control clásicos, frecuentemente denominados métodos de control convencional y en una segunda parte los métodos de control moderno. Nótese que los procedimientos clásicos o convencionales, ponen énfasis en la comprensión física y utilizan menos matemática que los métodos de control modernos. En consecuencia los métodos de controles clásicos o convencionales son más fáciles de entender

1.10.3. Modelado matemático.

Los componentes que abarcan los sistemas de control son muy diversos. Pueden ser electromecánicos, hidráulicos, neumáticos, electrónicos, etc. En ingeniería de control, en lugar de operar con dispositivos o componentes físicos, se les reemplaza por sus modelos matemáticos.

Obtener un modelo matemático razonablemente exacto de un componente físico, es uno de los problemas más importantes en ingeniería de control. Nótese que para ser útil, un modelo matemático no debe ser ni muy complicado ni excesivamente simple. Un modelo matemático debe representar los aspectos esenciales de un componente físico. Las predicciones sobre el comportamiento de un sistema, basadas en el modelo matemático, deben ser bastante precisas. Nótese también que sistemas al parecer diferentes, pueden representarse por el mismo modelo matemático. El uso de tales modelos matemáticos permite a los ingenieros de control desarrollar una teoría de control unificada. En ingeniería de control, se usan ecuaciones diferenciales lineales, invariantes en el tiempo, funciones de transferencia y ecuaciones de estado, para modelos matemáticos de sistemas lineales, invariantes en el tiempo y de tiempo continuo.

Aunque las relaciones entrada-salida de muchos componentes son no-lineales, normalmente esas relaciones se linealizan en la vecindad de los puntos de operación, limitando el rango de las variables a valores pequeños. Obviamente, tales modelos lineales son mucho más fáciles de manejar tanto analíticamente como por computadora.

1.10.4. Análisis y diseño de sistemas de control

Al llegar a este punto, es deseable definir qué significan los términos análisis, diseño, análisis de respuesta transitoria, y otros. Por análisis de un sistema de control se entiende la investigación, bajo condiciones especificadas, del comportamiento de un sistema cuyo modelo matemático se conoce. Como cualquier sistema consta de componentes, el análisis debe comenzar con una descripción matemática de cada componente. Una vez que se ha elaborado un modelo matemático del sistema completo,

la forma en que el análisis se lleva a cabo es independiente de si el sistema físico es neumático, eléctrico, mecánico, etc. Por análisis de respuesta transitoria se entiende generalmente la determinación de la respuesta de una planta a señales y perturbaciones de entrada. Por análisis de respuesta en estado estacionario significa la determinación de la respuesta tras la desaparición de la respuesta transitoria.

Por diseño de un sistema, se entiende hallar uno que cumpla una tarea dada, si las características de respuesta dinámica y/o de estado estacionario no son satisfactorias, se debe agregar un compensador al sistema.

Por síntesis se entiende encontrar, mediante un procedimiento directo, un sistema de control que se comporte de un modo específico. Generalmente, tal procedimiento es totalmente matemático de principio a fin del proceso de diseño. Se dispone de procedimientos de síntesis para el caso de sistemas lineales y para sistemas lineales de control óptimo.

En años recientes, las computadoras digitales han jugado un importante papel en el análisis, diseño y operación de sistemas de control. La computadora puede utilizarse para efectuar los cálculos necesarios, para simular los componentes de un sistema o una planta, o para controlar un sistema. El control por computadora ha llegado a ser de uso común, y muchos sistemas de control industrial utilizan controladores digitales.

1.10.5. Método básico de diseño de control

El método básico de diseño de cualquier sistema de control práctico, entraña la obligada aplicación de procedimientos de tanteo. La síntesis de sistemas de control lineales es teóricamente posible, y el ingeniero de control puede determinar sistemáticamente los componentes necesarios para realizar el objetivo propuesto. En la práctica sin embargo, el sistema puede estar expuesto a muchas restricciones, o no ser lineal, y en tales casos no se cuenta actualmente con métodos de síntesis. Acaso, además, las características de los componentes no se conozcan con precisión. Por tanto, siempre resultará necesario seguir procedimientos de tanteo.

No obstante en la práctica a menudo se enfrentan situaciones en las que un proceso no es alterable (esto es, no se tiene la libertad de modificar la dinámica del proceso), y el ingeniero de control tiene que diseñar el resto del sistema, de modo que el conjunto cumpla con las normas previstas en tanto se lleva a cabo la tarea propuesta.

Las especificaciones pueden incluir factores tales como la velocidad de respuesta, amortiguamiento razonable, exactitud en estado estacionario, confiabilidad y costo. En

algunos casos los requerimientos o especificaciones pueden darse explícitamente, y en otros no. Todos los requerimientos o especificaciones deben interpretarse en términos matemáticos. En el diseño convencional, se debe estar seguro de que el sistema de lazo cerrado sea estable, y que presente características de respuesta transitoria aceptables (esto es velocidad y amortiguamiento razonables), y exactitud aceptable en estado estacionario.

Es importante recordar que algunas de las especificaciones quizás no sean realistas. En tal caso, las especificaciones deben revisarse en las primeras etapas del diseño. Asimismo las especificaciones dadas, acaso incluyan condiciones contradictorias o conflictivas. Entonces el diseñador debe resolver en forma satisfactoria los conflictos entre los muchos requerimientos dados.

El diseño basado en teoría de control moderna, requiere que el diseñador tenga un índice de comportamiento o desempeño razonable, que lo guíe en el diseño de un sistema de control. Un índice de comportamiento es una medida cuantitativa del comportamiento, que indica la desviación con respecto al comportamiento ideal. La selección de un índice de comportamiento particular se determina por objetivos del sistema de control.

El índice de comportamiento puede ser la integral de una función de error que debe minimizarse. Estos índices de comportamiento, basados en la minimización de la integral del error, pueden usarse tanto en los procedimientos de control moderno, como en los de control convencional. Sin embargo, en general la minimización de un índice de comportamiento se puede lograr mucho más fácilmente usando procedimientos de control modernos.

La especificación de la señal de control durante el intervalo de tiempo operativo, recibe el nombre de ley de control. Matemáticamente, el problema básico de control es determinar la ley de control óptimo, sujeta a diversas restricciones de ingeniería y de economía, que minimice (o maximice, según el caso) un índice de comportamiento o desempeño determinado. Para el caso de sistemas relativamente simples, se puede hallar la ley de control en forma analítica. En el caso de sistemas complejos, puede requerirse una computadora digital que opere en línea para generar la ley de control óptimo.

Para sistemas de control industrial, el índice de comportamiento puede ser el costo mínimo, la confiabilidad máxima, etc. Es importante puntualizar que la elección del índice de comportamiento es sumamente importante, ya que la naturaleza de control

óptimo diseñado depende del índice de comportamiento particular que se elige. Hay que seleccionar el índice de comportamiento más adecuado para cada situación.

CAPITULO II: SISTEMAS DE CONTROL

2.1. Los Sistemas de Control Automático

Todo proceso industrial es controlado básicamente por tres tipos de elementos el transmisor (medidor o sensor) (TT), el controlador (TIC o TRC) y la válvula o elemento final de control, según puede verse en la Figura 6.

La Figura 6 corresponde al típico intercambiador de calor, en el que un fluido de calefacción (vapor) calienta un producto de entrada hasta una temperatura de salida que es transmitida por TT y controlada e indicada por TIC (o controlada y registrada por TRC) a través de una válvula de control V. Esta deja pasar el vapor de calefacción suficiente para mantener la temperatura del fluido caliente en un valor deseado o punto de consigna que es prefijado (valor de referencia o “set point”) en el controlador TIC o TRC.

La combinación de los componentes transmisor-controlador-válvula de control-proceso, que actúan conjuntamente, recibe el nombre de sistema y cumple el objetivo de mantener una temperatura constante en el fluido caliente de salida del intercambiador. Cada uno de los componentes anteriores considerados aisladamente es también un sistema, puesto que cada uno cumple un objetivo determinado. Por ejemplo, el transmisor convierte los valores de la temperatura a señales neumáticas o electrónicas; el controlador mantiene la señal de entrada constante para cada punto de consigna o valor deseado fijado por el operador, mediante la variación de la señal de salida a la válvula de control; la válvula de control convierte la señal de entrada neumática o electrónica a posición de su vástago y, por tanto, gobierna el caudal de vapor con que alimenta el serpentín del intercambiador de calor; el proceso cumple el objetivo de calentar el fluido de salida, mediante el vapor de entrada, y lo hace a través de un serpentín, del que se elimina continuamente el condensado con un purgador. Nótese que en cada uno de los sistemas anteriores se ha considerado una entrada y una salida; por ejemplo, en el caso de la válvula de control, la entrada es la señal procedente del controlador y la salida es el caudal de vapor al serpentín; y en el caso del proceso, la entrada es el caudal de vapor que pasa a través de la válvula y la salida es la temperatura del fluido caliente.

Figura 6: Proceso industrial típico

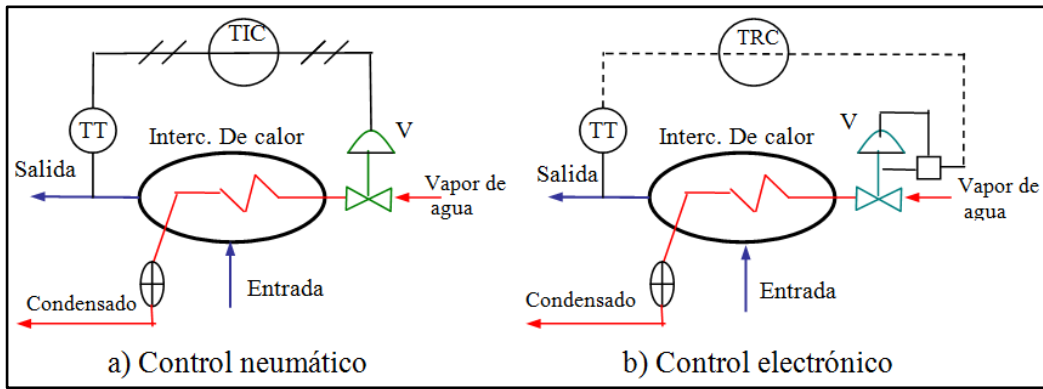
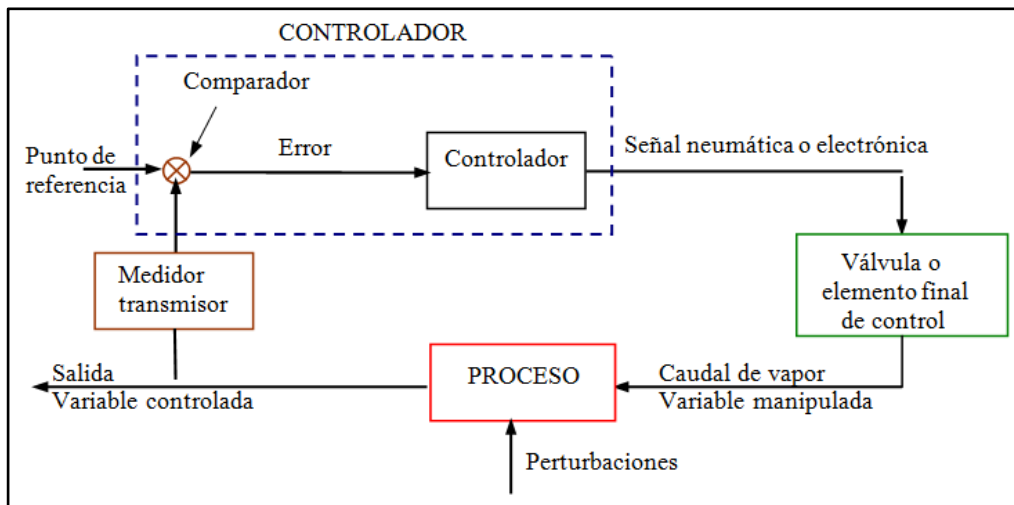


Figura 7: Diagrama de bloques de un proceso industrial típico



La señal (perturbaciones) en el bloque del proceso se refiere a las variables que aparte del caudal de vapor de agua pueden afectar el proceso; por ejemplo, el mal funcionamiento del purgador de vapor, las variaciones de caudal o de temperatura del fluido de entrada, los cambios de temperatura exteriores al intercambiador, el posible recubrimiento, con el tiempo, de la pared del serpentín que está en contacto con el fluido, con la consiguiente alteración en la transmisión del calor de condensación del vapor, las variaciones de presión del vapor producidas por el consumo variable de vapor en los sistemas próximos al considerado, o por otras causas, etc.

El sistema de control anterior pertenece a los denominados servosistemas. En su significado más amplio, el servosistema corresponde a un sistema de mando y control automático de aparatos basado en la anulación de las desviaciones que existan entre el valor instantáneo de la magnitud a regular y el valor prescrito para la misma.

Un caso particular de los servosistemas son los controladores o reguladores; en ellos la respuesta o señal de salida tiende fundamentalmente a contrarrestar las perturbaciones que afectan a la variable o magnitud de entrada. Este es el caso del TIC o TRC de la Figura

6. En estos aparatos, la magnitud de entrada se fija en un valor constante (que es el valor de referencia o punto de consigna del controlador) o en un valor variable con el tiempo según una ley programada (se trata entonces de controladores programadores). Otro caso particular son los servomecanismos.

2.2. Sistema de control retroalimentado (“Feedback”)

Como se ha visto anteriormente, el control retroalimentado es una operación que, en presencia de perturbaciones, tiende a reducir la diferencia entre la salida de un sistema y alguna entrada de referencia, realizándolo sobre la base de esta diferencia. Aquí sólo se especifican las perturbaciones no previsibles, ya que las previsibles o conocidas siempre pueden compensarse dentro del sistema.

Se denomina sistema de control retroalimentado a aquel que tiende a mantener una relación preestablecida entre la salida y alguna entrada de referencia, comparándolas y utilizando la diferencia como medio de control. Por ejemplo el control de temperatura del tanque mezclador de la Figura 1. Midiendo la temperatura de salida del tanque y comparándola con la temperatura de referencia (temperatura deseada), la válvula de entrada de vapor regula el flujo de éste aumentando o disminuyendo para mantener la temperatura de la corriente de salida en el valor deseado.

2.3. Servosistemas

El servosistema (o servomecanismo) es un sistema de control retroalimentado en el que la salida es algún elemento mecánico, sea posición, velocidad o aceleración. Por tanto, los términos servosistema o sistema de control de posición, o de velocidad o de aceleración, son sinónimos. Estos servosistemas se utilizan ampliamente en la industria moderna. Por ejemplo con el uso de servosistemas e instrucción programada se puede lograr la operación totalmente automática de máquinas herramientas. Nótese que a veces se denomina también servosistema a un sistema de control cuya salida debe seguir con exactitud una trayectoria determinada en el espacio (como la posición de una aeronave en el espacio en un aterrizaje automático). Los ejemplos incluyen el sistema de control de una mano de robot, en que la misma debe seguir una trayectoria determinada en el espacio al igual que una aeronave en el sistema de control de aterrizaje.

2.4. Sistema de regulación automática

Un sistema de regulación automática es un sistema de control en el que la entrada de referencia o salida deseada son, o bien constantes o bien varían lentamente con el

tiempo, y donde la tarea fundamental consiste en mantener la salida en el valor deseado a pesar de las perturbaciones presentes. Por ejemplo los controles automáticos de presión y temperatura en un proceso químico.

2.5. Sistemas de control de procesos

A un sistema de regulación automática en el que la salida es una variable como temperatura, presión, flujo, nivel de líquido o pH, se le denomina sistema de control de proceso. El control de procesos tiene amplia aplicación en la industria. En estos sistemas con frecuencia se usan controles programados, como el de la temperatura de un horno de calentamiento en que la temperatura del mismo se controla según un programa preestablecido. Por ejemplo el programa preestablecido puede consistir en elevar la temperatura a determinado valor durante un intervalo de tiempo definido, y luego reducir a otra temperatura prefijada también durante un periodo predeterminado. En este control el punto de referencia se ajusta según el cronograma preestablecido. El controlador entonces funciona manteniendo la temperatura del horno cercana al punto de ajuste variable.

Figura 8: Sistema de control de temperatura

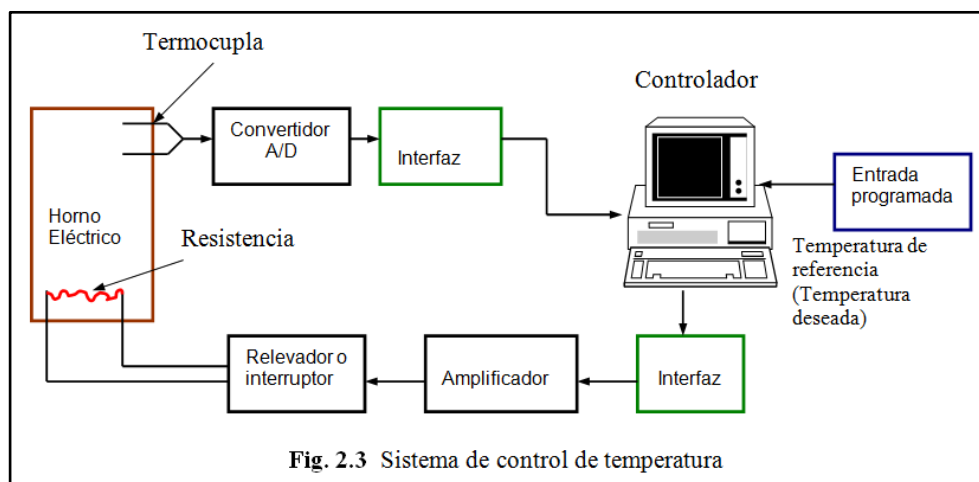


Fig. 2.3 Sistema de control de temperatura

En la Figura 8, se puede apreciar el esquema para el control mediante una computadora de la temperatura en un horno eléctrico. La Temperatura en el interior del horno se mide con una Termocupla (Dimetálico), que es un dispositivo analógico. La Temperatura se convierte a un valor de temperatura digital, por un convertidor A/D y con esta se alimenta a un controlador a través de una interfaz con la finalidad de pasar la señal de voltaje a lenguaje de computadora (Código Binario). La Temperatura digital se compara con la temperatura de referencia es decir la temperatura de entrada programada; y ante

cualquier discrepancia (Error), el controlador envía una señal al Calefactor, a través de un amplificador, y relevador, para llevar la temperatura del horno eléctrico al valor deseado, y obtener de esta manera una operación satisfactoria.

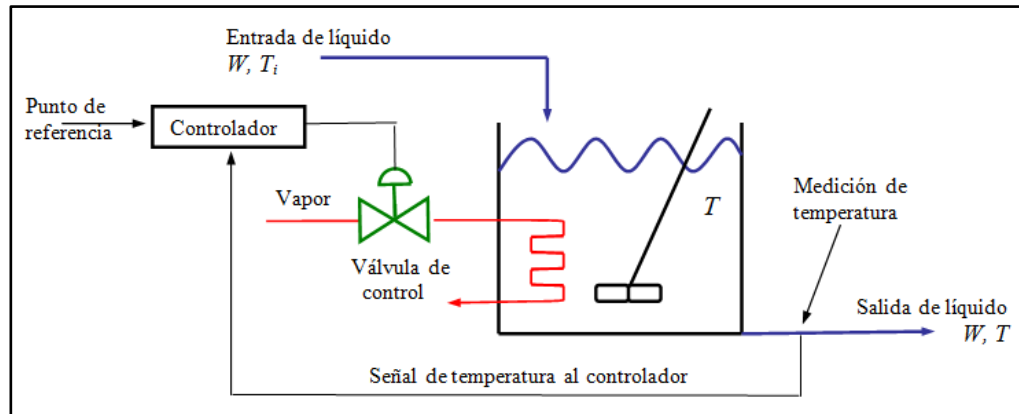
El empleo de un amplificador es para aumentar la potencia puesto que generalmente los procesos se realizan en pequeñas voltajes, bajas potencias.

El relevador o interruptor recibe señal de la computadora si se enciende o se apaga; se apaga el relevador cuando obtenemos la temperatura deseada y permanece encendido mientras no se llegue al valor.

2.6. Sistema de control de lazo cerrado: (“closedloop”)

Con frecuencia se llama así a los sistemas de control retroalimentado. En la práctica, se utiliza indistintamente la denominación control retroalimentado (“feedback”) o control de lazo cerrado (“closedloop”). La señal de error actuante, que es la diferencia entre la señal de entrada y la de retroalimentación (que puede ser la señal de salida o una función de la señal de salida y sus derivadas), entra al controlador para reducir el error y llevar la salida a un valor deseado. Esta retroalimentación se logra a través de la acción de un operador (control manual) o por medio de instrumentos (control automático).

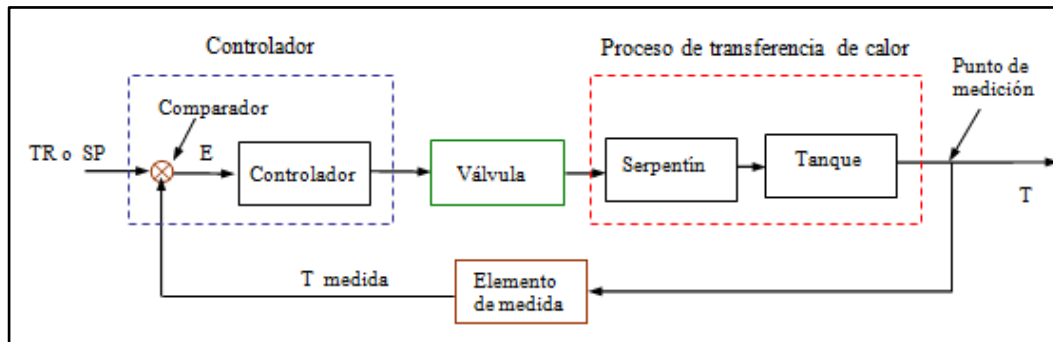
Figura 9: Sistema de control de lazo cerrado



En el caso de control manual, para el ejemplo mostrado en la Figura 9 el operador mide previamente la temperatura de salida; si esta es por ejemplo, inferior al valor deseado, aumenta la circulación de vapor abriendo levemente la válvula. Cuando se trata de control automático, se emplea un dispositivo sensible a la temperatura para producir una señal (eléctrica o neumática) proporcional a la temperatura medida. Esta señal se alimenta a un controlador que la compara con un valor deseado preestablecido o punto de ajuste (“set point”). Si existe una diferencia, el controlador cambia la abertura de la válvula de control de vapor para corregir la temperatura como se indica en la Figura 10.

El término lazo cerrado implica el uso de la acción de control retroalimentado para reducir el error del sistema.

Figura 10: Diagrama de bloques del sistema de control de lazo cerrado



2.7. Sistema de control de lazo abierto

Los sistemas en los que la salida no tiene efecto sobre la acción de control, se denominan sistemas de control de lazo abierto (“open loop”). En otras palabras, en un sistema de control de lazo abierto la salida ni se mide ni se retroalimenta para compararla con la entrada. Un ejemplo práctico lo constituye una lavadora de ropa doméstica. El remojo, lavado y enjuague en la lavadora se cumplen por tiempos. La máquina no mide la señal de salida, es decir, la limpieza de la ropa.

En cualquier sistema de control de lazo abierto, no se compara la salida con la entrada de referencia. Por tanto, para cada entrada de referencia corresponde una condición de operación fija. Así, la precisión del sistema depende de la calibración. En presencia de perturbaciones, un sistema de control de lazo abierto solo se puede utilizar si la relación entre la entrada y la salida es conocida; y si no se presentan perturbaciones tanto internas como externas. Desde luego, tales sistemas no son sistemas de control retroalimentado, denominándose frecuentemente sistema de control de alimentación directa (“feedforward”). Nótese que cualquier sistema de control que funciona sobre la base de tiempos es un sistema de lazo abierto.

Figura 11: Sistema de control de lazo abierto

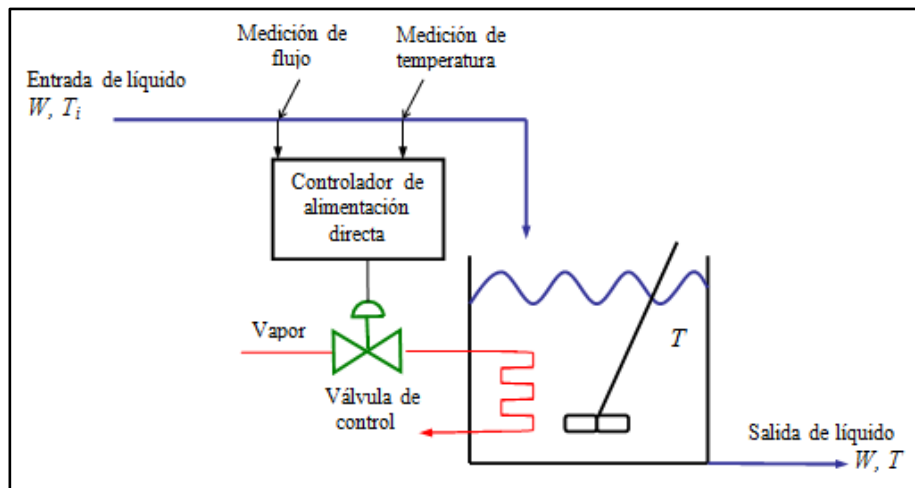
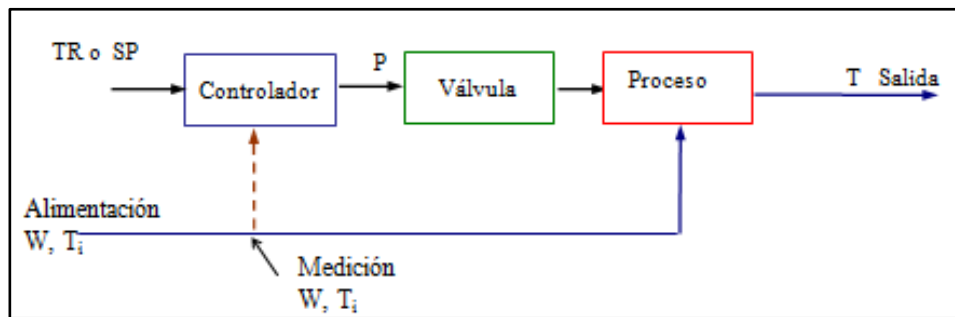


Figura 12: Diagrama de bloques del sistema de control de lazo abierto



El control de alimentación directa se está utilizando de una manera muy generalizada; sobre todo en el control por computadora. Los cambios en las variables de entrada al proceso se miden y compensan sin esperar a que un cambio en la variable controlada indique que ha ocurrido una alteración en las variables. El control de alimentación directa es muy útil también en casos en que la variable controlada final no se puede medir.

En el ejemplo ilustrado en la Figura 12, el controlador de alimentación directa tiene la capacidad de computar y utilizar el gasto medido de líquido de entrada y su temperatura, para calcular el gasto de vapor necesario para mantener la temperatura deseada en el líquido de salida.

2.8. Sistema de control de lazo cerrado versus de lazo abierto

Una ventaja del sistema de control de lazo cerrado es que el uso de la retroalimentación hace que la respuesta del sistema sea relativamente insensible a perturbaciones externas y a variaciones internas de parámetros del sistema. De este modo, es posible utilizar componentes relativamente imprecisos y económicos, y lograr la exactitud de

control requerida en determinada planta, cosa que sería imposible en un control de lazo abierto.

Desde el punto de vista de la estabilidad, en el sistema de control de lazo abierto la estabilidad es más fácil de lograr puesto que no constituye un problema importante. En cambio en los sistemas de lazo cerrado, la estabilidad si es un problema importante, por su tendencia a sobre corregir errores que pueden producir oscilaciones de amplitud constante o variable.

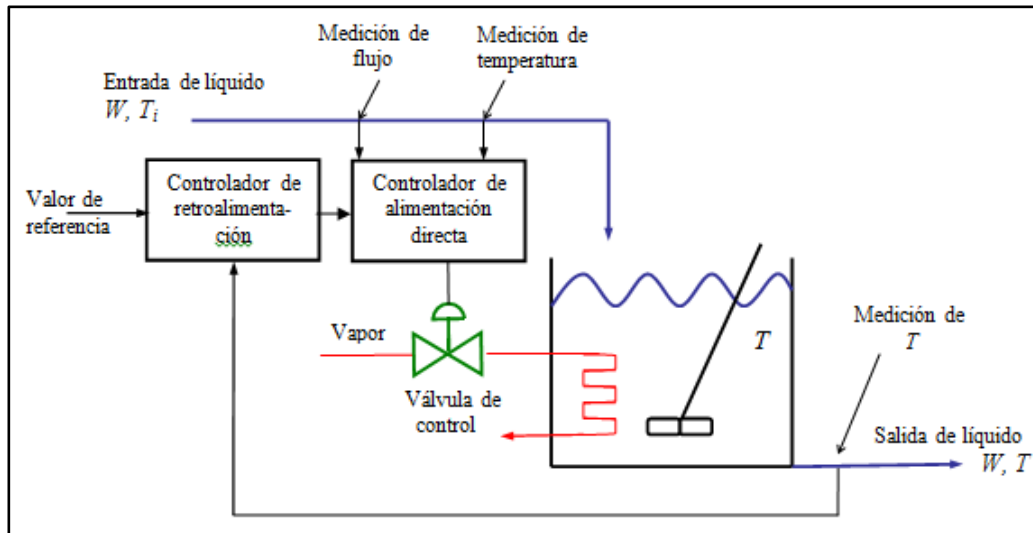
Hay que puntualizar que para sistemas cuyas entradas son conocidas previamente y en los que no hay la presencia de perturbaciones, es recomendable utilizar el control de lazo abierto. Los sistemas de control de lazo cerrado tienen ventajas solamente si se presentan perturbaciones no previsibles o variaciones de componentes del sistema. Nótese que la potencia de salida determina parcialmente el costo, peso y tamaño de un sistema de control. La cantidad de componentes utilizados en un sistema de control de lazo cerrado es mayor a la correspondiente a un sistema de control de lazo abierto. Así, entonces, un sistema de control de lazo cerrado es generalmente de mayor costo y potencia. Para reducir la potencia requerida por un sistema, es conveniente usar sistema de lazo abierto. Por lo común resulta menos costosa una combinación adecuada de controles de retroalimentación y alimentación directa, lográndose un comportamiento general satisfactorio.

2.9. Control combinado de lazo abierto y lazo cerrado

La respuesta que emite el controlador hacia la válvula de control es el resultado de solucionar una ecuación que relaciona las variables controlada y regulada, y se designa generalmente como el modelo de proceso.

Es muy raro encontrar modelos y controladores perfectos, de manera que es más conveniente utilizar una combinación de control de retroalimentación y alimentación directa como muestra la Figura 13. La configuración de un controlador que proporciona el punto de ajuste para otro controlador se conoce como control en cascada.

Figura 13: Control combinado con retroalimentación y alimentación directa



2.10. Sistemas de control adaptables

Las características dinámicas de la mayoría de los sistemas de control no son constantes por diversas razones, como el deterioro de los componentes al paso del tiempo, o las modificaciones en los parámetros o en el medio ambiente. Aunque en un sistema de control retroalimentado se atenúan los efectos de pequeños cambios en las características dinámicas, si las modificaciones en los parámetros del sistema y el medio son significativas, un sistema, para ser satisfactorio ha de tener capacidad de adaptación. Adaptación implica la capacidad de autoajustarse o automodificarse de acuerdo con las modificaciones imprevisibles del medio o estructura. Los sistemas de control que tienen algún grado de capacidad de adaptación (es decir, el sistema de control por sí mismo detecta cambios en los parámetros de planta y realiza los ajustes necesarios en los parámetros del controlador, para mantener un comportamiento óptimo), se denomina sistema de control adaptable.

En un sistema de control adaptable, las características dinámicas deben estar identificadas en todo momento, de manera que los parámetros del controlador pueden ajustarse para mantener un comportamiento óptimo. (De este modo, un sistema de control adaptable es un sistema no estacionario). Este concepto resulta muy atractivo para el diseñador de sistemas, ya que un sistema de control adaptable, además de ajustarse a los cambios ambientales, también lo hace ante errores moderados del proyecto de ingeniería o incertidumbres, y compensa la eventual falla de componentes menores del sistema, aumentando, por tanto, la confiabilidad de todo el sistema.

2.11. Sistemas de control con aprendizaje

Muchos sistemas de control que aparentemente son de lazo abierto, pueden convertirse en sistemas de lazo cerrado si un operador humano se considera como un controlador, que compara la entrada y la salida y realiza las acciones correctivas basadas en la diferencia o error.

Si se intenta analizar tales sistemas de control de lazo cerrado con intervención humana, se encuentra el difícil problema de plantear ecuaciones que describan el comportamiento del operador humano. En este caso uno de los muchos factores que lo complican, es la capacidad de aprendizaje del ser humano. A medida que este va adquiriendo experiencia, mejora como elemento de control, y esto debe tomarse en cuenta al analizar el sistema. Los sistemas de control con capacidad para aprender, reciben el nombre de sistemas de control con aprendizaje. En la literatura se encuentran avances recientes en aplicaciones de control adaptable y con aprendizaje.

2.12. Clasificación de sistemas de control

Los sistemas de control pueden clasificarse de diversos modos. A continuación se señalan algunos.

2.13. Sistemas de control lineales versus no lineales

En rigor, la mayoría de los sistemas físicos no son lineales en varios sentidos. Sin embargo, si la extensión de variaciones de las variables del sistema no es amplia, el sistema puede linealizarse dentro de un rango relativamente estrecho de valores de las variables. Para sistemas lineales, se aplica el principio de superposición. Aquellos sistemas a los que no es aplicable este principio son los sistemas no lineales.

Sistemas de control invariante en el tiempo versus control variable en el tiempo.-

Un sistema de control invariante en el tiempo (sistema de control con coeficientes constantes) es aquel en el que los parámetros no varían con el tiempo. La respuesta de tal sistema es independiente del tiempo en el que se aplica la entrada. En cambio, un sistema de control variable en el tiempo es aquel en el cual los parámetros varían con el tiempo; su respuesta depende del tiempo en el que se aplica una entrada. Ejemplo de un sistema de control variable en el tiempo, es el sistema de control de un vehículo espacial, en el que la masa disminuye en el tiempo al consumirse combustible durante el vuelo.

2.14. Sistemas de control de tiempo continuo versus tiempo discreto

En un sistema de control de tiempo continuo, todas las variables son funciones de un tiempo continuo t . Un sistema de control de tiempo discreto abarca una o más variables que son conocidas sólo en instantes discretos de tiempo.

2.14.1. Sistemas de control con una entrada y una salida versus con múltiples entradas y múltiples salidas

Los sistemas pueden tener una entrada y una salida, o múltiples entradas y múltiples salidas como en el caso de un sistema de control de proceso con dos entradas (entrada de presión y entrada de temperatura) y dos salidas (presión de salida y temperatura de salida).

2.14.2. Sistemas de control con parámetros agrupados vs parámetros distribuidos

Los sistemas de control que pueden describirse mediante ecuaciones diferenciales ordinarias, son sistemas de control de parámetros agrupados, mientras que los sistemas de control con parámetros distribuidos son aquellos que pueden describirse mediante ecuaciones diferenciales parciales.

2.14.3. Sistemas de control determinísticos versus estocásticos

Un sistema de control es determinístico si la respuesta a la entrada es predecible y repetible. De no serlo, el sistema de control es estocástico.

CAPITULO III: CONTROL E INSTRUMENTACION DE PROCESOS

3.1. Instrumentos

Los instrumentos son proporcionados para monitorear las variables claves del proceso durante la operación de la planta. Estos pueden estar incorporados a un lazo de control automático, o usados para el control manual de la operación. Ellos también pueden ser parte de un sistema de control por computadora. Los instrumentos monitoreando las variables críticas del proceso deben estar equipados con alarmas automáticas para alertar al operador sobre situaciones críticas y peligrosas.

Es deseable que las variables del proceso a ser monitoreadas sean medidas directamente; muchas veces, sin embargo, esto es impracticable y algunas variables dependientes deben medirse en forma indirecta. Por ejemplo, en el control de una columna de destilación es deseable el análisis de los productos en la corriente del tope en la misma línea de proceso, pero esto es difícil y costoso llevarlo a cabo, de tal manera que frecuentemente es monitoreada la temperatura como una indicación de la composición. Los instrumentos de temperatura pueden formar parte de un lazo de control de la composición de los productos de cabeza con el reflujo, verificado frecuentemente por los análisis de laboratorio.

3.1.1. Medidores de temperatura

La temperatura es una de las principales variables que afectan el curso de los procesos químicos, por tal razón esta variable debe ser medida con la mayor exactitud posible para poder controlarla adecuadamente.

Dentro de los principales instrumentos que se utilizan para la medición de temperatura se tiene:

Termopares. Se basan en el hecho de que una corriente fluye en un circuito continuo de dos alambres metálicos diferentes, si las dos juntas, o uniones, se encuentran a diferentes temperaturas.

Termómetros de resistencia. Se basan en el hecho de que los metales cambian su resistencia eléctrica cuando se someten a un cambio de temperaturas.

Termómetros llenos. Los Termómetros de sistema lleno se diseñan para proporcionar una indicación de la temperatura a cierta distancia del punto de medición. El Elemento sensible o medición (bulbo o ampolla) tiene un gas o un líquido que cambia de volumen,

presión o presión de vapor con la temperatura. Este cambio se comunica por medio de un tubo capilar al Tubo de Bourdon u otro dispositivo sensible a la presión y el volumen. Estos dispositivos debido a su simplicidad se utilizan con frecuencia en los procesos industriales.

Termómetros bimetálicos. El Bimetal termostático se define como un material compuesto que consta de tiras de dos ó más metales unidos entre sí. Debido a los diferentes índices de expansión de sus componentes, Esta composición tiende a cambiar de curvatura cuando se somete a una variación de temperatura.

Los Termostatos Bimetálicos se destinan a utilizarse a temperaturas que oscilan entre 1000° F hasta -300° F e incluso a niveles inferiores.

Termómetros de líquido en capilares de vidrio. Las tres formas de Termómetros de líquido en capilares de vidrio son:

1. Los Totalmente hechos de vidrio (de cuello grabado o de escala cerrada).
2. De Tubo y Escala.
3. Industriales.

Estos termómetros no se utilizan en sistemas de control automático pero si se utilizan profundamente como dispositivo de medición para el control manual y en laboratorios de control.

Pirómetros. “Pirometría de Radiación”, es la determinación de la temperatura de un objeto por medio de la cantidad y la naturaleza de la energía que irradia.

Estos dispositivos se clasifican en:

Pirómetros ópticos; basados en la brillantez de un objeto caliente.

Pirómetros de Radiación; miden el índice de emisión de energía por unidad de área

3.1.2. Medidores de presión

Los dispositivos para medir presiones en procesos se dividen en tres grupos:

Los que se basan en una medición de la altura de una columna líquida. En estos dispositivos, la presión que se mide se compara con la presión ejercida por una columna de líquido. Casi todos los dispositivos de columna líquida para medir presiones se llaman comúnmente Manómetros. Según sea la gama de presión, los líquidos más frecuentemente usados son el agua y el mercurio.

Los que se basan en la medición de la distorsión de una cámara de presión elástica. Son aquellos en que las presiones medidas deforman algún material elástico, y la magnitud

de dicha deformación es, más o menos, proporcional a la presión aplicada. Estos dispositivos se clasifican en tres tipos: El Tubo de Bourdon, los fuelles y el diafragma.

Los dispositivos, sensores de tipo eléctrico. Denominados también extensores, cuando un alambre u otro conductor eléctrico se extienden elásticamente, su longitud aumenta y su diámetro disminuye. Estos dos cambios dimensionales generan un aumento en la resistencia eléctrica del conductor.

3.1.3. Medidores de flujo

El flujo, definido como volumen por unida de tiempo en condiciones específicas de temperatura y presión, se mide usualmente con medidores de desplazamiento positivo o de velocidad.

Las principales clases de instrumentos de medición de flujo o corriente que se utiliza en Industrias de Proceso son las de carga variable, área variable, desplazamiento positivo, turbina, medidores de flujo en masa y vertedores y canalones para medir la corriente en canales abiertos.

3.1.4. Mediciones de nivel

La medición del nivel se puede definir como la determinación de la ubicación de la entrecara entre dos fluidos, separables por gravedad, con respecto a un plano de referencia fija. La medición de nivel más común es la de la entrecara entre un líquido y un gas.

Otras mediciones de nivel que se encuentran con suma frecuencia son la entrecara de dos líquidos, de sólidos granulares o fluidificados y un gas, y entre un gas, y entre un líquido y su vapor.

Las bases más frecuentemente usadas para clasificar los dispositivos de nivel son:

Dispositivos visuales. Comprende dispositivos como: la varilla de inmersión, la escala de plomada y cinta, el manómetro abierto y el vidrio de nivel o columna indicadora.

Vidrio de nivel. Es un dispositivo visual para medir niveles en procesos, el cual puede considerarse como un manómetro donde el nivel de fluido del proceso, dentro del mismo, busca la misma elevación que en el depósito.

El vidrio de nivel se instala casi siempre con válvulas que permiten que este medidor quede aislado del depósito y se pueda extraer sin que éste pierda presión.

Dispositivos activados con flotador. Se caracterizan por un dispositivo flotante que queda suspendido en la entrecara de los dos fluidos. Puesto que por lo común se requiere una fuerza sustancial para mover el mecanismo indicador, éstos aparatos se limitan casi

siempre a las entrecaras líquido - gas. Mediante un pesado correcto del flotador, se puede utilizar para medir entrecaras de líquido – líquido.

Dispositivos de desplazador. Los dispositivos activados con un desplazador emplean la fuerza de flotación ejercida sobre un desplazador parcialmente sumergido, como medida de la ubicación de la entrecara a lo largo del eje del flotador. El movimiento vertical de éste se restringe casi siempre por medio de un miembro elástico, cuyo movimiento o distorsión es directamente proporcional a la fuerza de flotabilidad y, por ende, al nivel de la entrecara.

Dispositivos de carga. Hay una extensa variedad de dispositivos que emplean la carga hidrostática como medición del nivel. Como sucede en los casos del dispositivo de desplazador, la medición exacta del nivel por medio de una carga hidrostática exige el conocimiento preciso de las densidades de ambos fluidos, el de la fase pesada y el de la fase ligera. La mayoría de esta clase de sistema utiliza dispositivo de medición de presión estándar o presión diferencial

3.1.5. Medición de propiedades físicas

Estas mediciones se consideran a veces como analizadores de composición, porque, para mezclas binarias o pseudo binarias, la composición se difiere con frecuencia de la medición de las propiedades físicas.

Densidad y densidad relativa. En el caso de mezclas binarias o pseudo binarias de líquidos o gases, o de una solución de un sólido o gas contenidos en un disolvente, la densidad es una función de la composición a ciertas temperaturas y presiones. En el caso de soluciones no ideales, la calibración empírica dará la relación entre la densidad y la composición.

Viscosidad y consistencia. Los Viscosímetros continuos miden por lo común ya sea la resistencia al flujo o el arrastre o par producido por el movimiento de un elemento a través del fluido.

Cada instalación se aplica normalmente en una gama angosta de viscosidades, y la calibración empírica en dicha gama permite utilizar fluidos tanto newtonianos como no newtonianos.

Analizadores del índice de refracción. Cuando la luz se mueve a través de un medio (por ejemplo aire o vidrio), para pasar a otro (por ejemplo un líquido), sufre un cambio de velocidad, y si el ángulo de incidencia no es de 90° sufre también un cambio de dirección.

Para una entrecara, un ángulo, una temperatura y una longitud de onda de luz particular, la cantidad de desviación por refracción dependerá de la composición del líquido

Conductividad térmica. Todos los gases y los vapores tienen la capacidad de conducir calor desde una fuente calorífica. A una temperatura y un ambiente físico dados, las pérdidas de calor por radiación y convección se estabilizarán y la temperatura de la fuente calorífica dependerá primordialmente de la conductividad térmica y, por ende, de la composición de los gases circundantes.

Analizadores de punto de ebullición. Los analizadores de proceso para obtener diversos puntos de ebullición (inicial, intermedio y final), de corrientes de hidrocarburos, son bastante conocidos. Estos analizadores son procesos de destilación en miniatura en los que la temperatura de la muestra se mide al efectuarse la destilación. Los diferentes diseños se deben a distintos métodos que se emplean para determinar la cantidad de muestra destilada tomando en cuenta de sí se trata de una medición en lotes o continua.

Analizadores de punto de inflamación. En este tipo de analizadores la muestra del líquido se calienta, su vapor se mezcla con una corriente controlada de aire y se alimenta a una cámara de chispa. Al aumentar la temperatura de la muestra líquida, y con ello, la concentración de vapor, la mezcla se enciende finalmente por medio de una chispa. La temperatura de la muestra en este punto se registra entonces como punto de inflamación.

Medición de la humedad. Las mediciones de la humedad se dividen en dos categorías generales: los métodos de humedad absoluta y los de humedad relativa. Los primeros son aquellos que proporcionan una salida primaria que se pueden calibrar directamente en término de la temperatura del punto de condensación, la concentración molar o la concentración por peso. La pérdida de peso durante el calentamiento es el método más conocido. Los métodos más especializados analizados aparecen por orden aproximado respecto de lo directamente que se efectúe la determinación de la humedad. Los métodos de humedad relativa son los que proporcionan una salida primaria que se calibra de un modo más directo utilizando el porcentaje de saturación de la humedad.

3.2. Objetivos de la instrumentación y control

Los principales objetivos del diseñador al especificar los esquemas de instrumentación y control son:

1. Asegurar la operación de la planta

Para mantener las variables de proceso dentro de los límites seguros de operación conocidos

Para detectar situaciones peligrosas a medida que desarrollen y proporcionen alarmas y sistemas automáticos de parada.

Para proporcionar alarmas y dispositivos de parada para prevenir se produzca una operación peligrosa.

2. Referente a la producción:

Para conseguir la salida del producto de acuerdo al diseño

3. Calidad de producto:

Para mantener la composición del producto dentro de los estándares de calidad especificados.

4. Costo:

Para operar al menor costo de producción, complementario a los demás objetivos.

3.3. Esquemas de control automático

El diseño y especificación detallada de los esquemas de control automático para un proyecto grande, es usualmente hecho por especialistas.

En este capítulo solamente se considera la primera etapa en la especificación de un sistema de control para un proceso: la preparación de un esquema preliminar de instrumentación y control, desarrollado en base al diagrama de flujo. Este puede ser dibujado por el diseñador del proceso en base a su experiencia con plantas similares y su evaluación crítica de los requerimientos del proceso. Muchos de los lazos de control serán convencionales y no será necesario un análisis detallado del comportamiento del proceso. Un discernimiento, basado en la experiencia, puede ser usado para decidir cuales sistemas son críticos y necesitan análisis y diseño detallado.

Algunos ejemplos de sistemas típicos (convencionales) de control usados para el control de variables específicas del proceso y operaciones unitarias son dadas en esta sección, y pueden ser usadas como una guía en la preparación de esquemas preliminares de I & C (instrumentación y control).

3.3.1. Reglas para confección de diagramas de control e instrumentación

El siguiente procedimiento se puede usar para dibujar diagramas preliminares de instrumentación y control

1. Identificar y dibujar aquellos lazos que son obviamente necesarios para la operación satisfactoria de la planta, tales como:

- Controles de nivel
- Controles de flujo
- Controles de presión
- Controles de temperatura

2. Identificar las variables claves del proceso que necesitan ser controladas para conseguir la calidad especificada del producto. Incluir los lazos de control usando la medición directa de la variable controlada, donde sea posible; si no es practicable, seleccionar una variable dependiente adecuada.

3. Identificar e incluir aquellos lazos de control adicionales requeridos para asegurar la operación, no cubiertos en los pasos 1 y 2.

4. Decidir y mostrar aquellos instrumentos auxiliares necesarios para el monitoreo de la operación de la planta por los operadores.

5. Decidir sobre algunos puntos de ubicación.

6. Decidir acerca de la necesidad de registradores y la localización de los puntos de lectura, local o en la caseta de control. Esta etapa debe realizarse en concordancia con los pasos 1 y 4.

7. Decidir sobre la necesidad de alarmas y dispositivos de parada; esto debe hacerse en conjunción con el paso 3.

3.3.2. Nomenclatura

Para especificar diagramas de control se usará la terminología:

X : Variable de proceso (flujo, presión, temperatura, etc.)

C : Control

I : Indicador (medidor simple)

R : Registrador (medidor con "chart")

Cuya combinación da:

XC : Control de X

XI : Medidor de X

XR : Registrador de X

XRC : Controlador registrador de X

XRI : Medidor registrador de X

XIC : Controlador indicador de X

XIRC : Controlador, registrador, e indicador de X

3.3.3. Símbolos básicos de instrumentos

Existen símbolos convencionales que identifican a los instrumentos en los esquemas de I & C. Según la ISA (“Instrument Society of America”), los símbolos son:

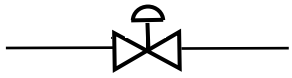
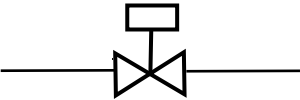

Tabla 1: Símbolos básicos en instrumentación

Instrumento	Ubicación	
	Local	En la caseta (tablero)
Instrumento con una función simple tal como indicador, registrador, trasmisor, controlador		
Combinación de instrumentos o mecanismo con dos funciones. Ejemplo controlador registrador		
Transmisión neumática de instrumentos		
Transmisión electrónica de instrumentos		

3.3.4. Identificación de instrumentos



Tabla 2: Identificación de instrumentos

SÍMBOLO	INSTRUMENTO
	F : Flujo 8 : Octavo instrumento de flujo I : Indicador
	Control automático de instrumento a válvula
	Válvula de control operando manualmente
	Válvula autorreguladora

	Válvula con motor de diafragma (para control neumático)
	Válvula operada eléctricamente (para control electrónico)
	Punto de medición

Para casos especiales; reactor y otros equipos se indican el modo de control

Tabla 3: Casos especiales de símbolos en instrumentación

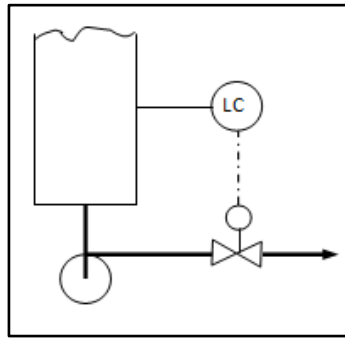
SIMBOLO	INSTRUMENTO
	Controlador de flujo: Proporcional
	Controlador de flujo: Proporcional Integral

3.4. Sistemas típicos de control

3.4.1. Control de nivel

Todo equipo donde existe una interface entre dos fases (ej. líquido-vapor) debe proporcionarse algún medio para mantener la interface al nivel requerido. Este puede ser incorporado en el diseño del equipo, como es usualmente hecho por decantadores o por control automático del flujo desde el equipo. La Figura 14, muestra un arreglo típico para el control de nivel en la base de una columna. La válvula de control debe estar colocada en la línea de descarga desde la bomba.

Figura 14: Control de nivel



3.4.2. Control de presión

El control de presión será necesario para la mayoría de sistemas manipulando vapores o gases. El método de control dependerá de la naturaleza del proceso. Esquemas típicos son mostrados en las Figura 15 a, b, c, d. El esquema mostrado en la Figura 15(a) no deberá usarse cuando la descarga es toxico o valiosos. En estos casos la salida debe ir a un sistema de recuperación de gases tal como un “scrubber”.

Figura 15: (a) Control de presión de salida directa

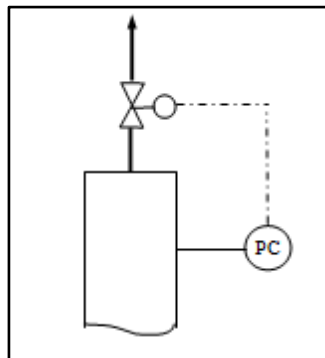


Figura 16: (b) Control de presión de salida directa

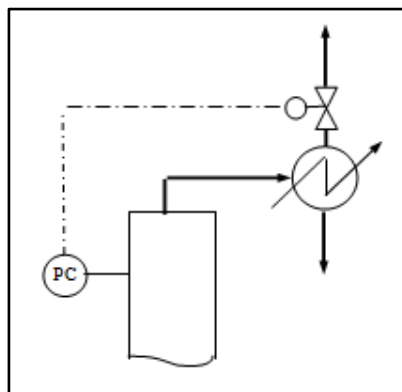


Figura 17: (c) Control de presión Control de presión en el condensador mediante el flujo de refrigerante

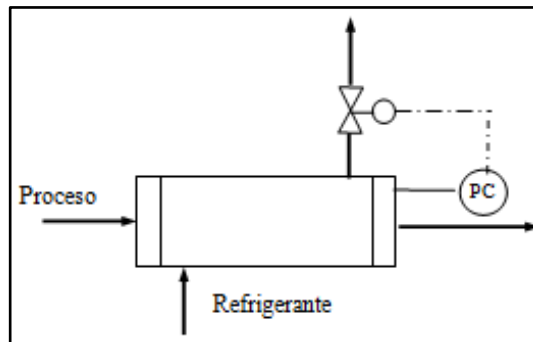
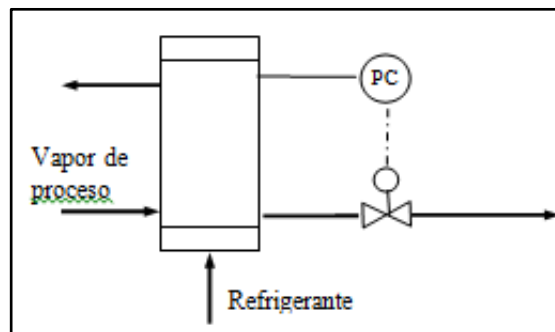


Figura 18: (d) Control de presión Control de presión de un condensador, mediante la variación del área de transferencia de calor dependiente del nivel de liquido



3.4.3. El control de flujo

El control de flujo usualmente está asociado con el control de inventario en un tanque de almacenamiento u otro equipo. Debe haber un reservorio para p[ara tomar los cambios en la velocidad de flujo.

Para proveer el control de flujo en un compresor o una bomba trabajando a velocidad constante y suministrando un flujo de salida constante, se debe usar un "Bypass" como muestra las Figs. 3.3 a, b.

Figura 19: (a) Control de flujo para una bomba recíprocente

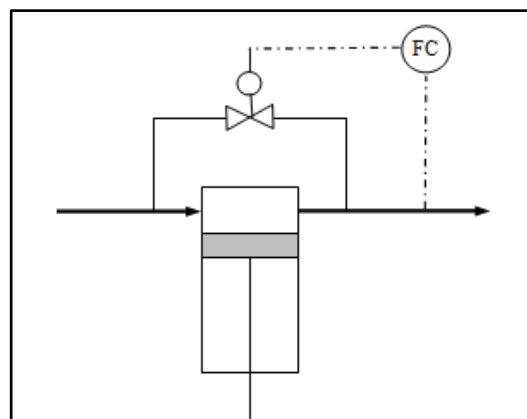
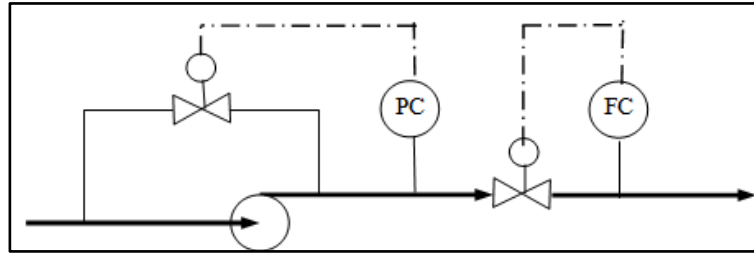


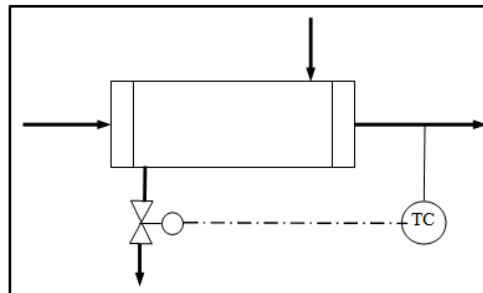
Figura 20: (b) Esquema alternativo para bomba o compresor centrífugo.



3.4.4. Intercambiadores de calor

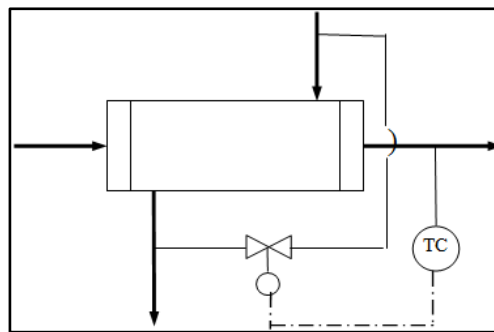
La Figura 21 (a) muestra el arreglo simple, la temperatura es controlada variando el flujo del medio de calentamiento o enfriamiento.

Figura 21: (a) Control de una corriente de fluido



Si el intercambiador está entre dos corrientes de proceso cuyos flujos son fijos, se puede usar un control mediante "bypass", como muestra la Fig. 3.4b

Figura 22: (b) Control en "bypass"



3.4.5. Control de condensadores

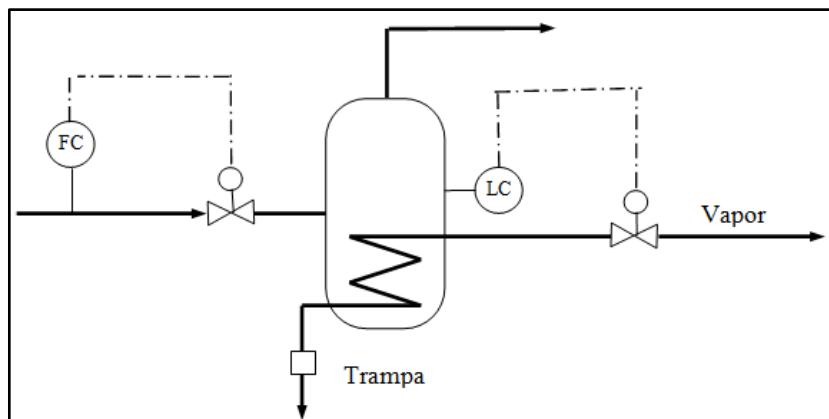
El control de temperatura es inseguro para ser efectivo en condensadores a menos que la corriente de líquido sea subenfriada. El control de la presión es a menudo usada como se muestra en la Figura 22 (b) o el control de temperatura puede basarse en la temperatura del medio de enfriamiento.

3.4.6. Control de rehervidores y vaporizadores

Así como en condensadores, el control de temperatura no es efectivo, como la temperatura del vapor saturado es constante a presión constante. Para vaporizadores se usa el control de nivel; el controlador controlando el vapor suministrado al área de transferencia, con control de flujo en la alimentación de líquido a ser vaporizado, como muestra la Figura 23. Un incremento en la alimentación trae como resultado un incremento automático en la corriente de vapor al vaporizador para evaporar el flujo incrementado y mantener constante el nivel.

El sistema de control del rehervidor se selecciona como parte del sistema general de control para la columna y se discute en la Sección 3.4.7

Figura 23: Control de un vaporizador



3.4.7. Control en cascada

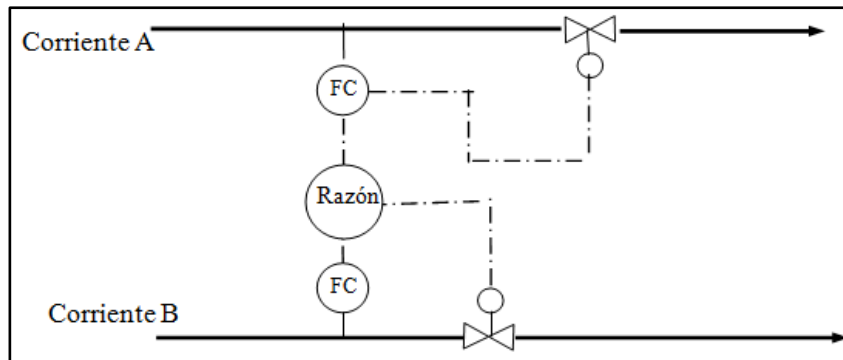
Con este arreglo, la salida de un controlador es usado para ajustar el punto de referencia (“Set Point”) de otro. El control en cascada puede dar control uniforme en situaciones donde el control directo de la variable podría dar operación inestable. El controlador “esclavo” puede ser usado para compensar para cualquier variación corta en, por decirlo, una corriente de servicio, la cual podría perturbar la variable controlada; el controlador primario (principal) controla las variaciones masgrabndes. Ejemplos típicos son mostrados en las Figs. 3.6e y 3.7

3.4.8. Control proporcionador

El control proporcionador se puede usar donde se desea mantener dos flujos a razón constante, por ejemplo, alimentaciones a un reactor y reflujo de columnas de destilación. Un esquema típico para el control proporcionador se muestra en la Figura 24. En la Figura 24, el controlador sobre la corriente A controla el flujo de esa corriente y proporciona una señal hacia el proporcionador, el cual controla el punto de referencia

del controlador sobre la corriente B; el punto de referencia es automáticamente ajustado para mantener una razón fija preestablecida entre los dos flujos de las corrientes.

Figura 24: Control proporcionador



3.4.9. Control de columnas de destilación

El objetivo principal del control de una columna de destilación es para mantener la composición especificada de los productos del tope y del fondo, y cualquier corriente lateral corrigiendo para los efectos de perturbaciones en:

1. Velocidades de flujo de alimentación, composición y temperatura.
2. Presión del vapor suministrado.
3. Presión del agua de enfriamiento y temperatura de calentamiento
4. Condiciones ambientales, las cuales causan cambios en el reflujo interno.

Las composiciones son controladas regulando el caudal de reflujo y ebullición. El balance de materiales sobre toda la columna también debe ser controlado; las columnas de destilación tienen pequeñas variaciones en su capacidad (retención) y los flujos de destilado y fondos (y corrientes laterales) deben igualar al flujo de la alimentación.

Shinskey (1979) ha mostrado que hay 120 formas para conectar los cinco pares principales de las principales variables medidas y controladas, en lazos simples. Una variedad de esquemas de control se han propuesto para control de columnas de destilación. Algunos esquemas típicos son mostrados en las Figs. 3.6a, b, c,d; lazos e instrumentos auxiliares de control no son mostrados.

El control de columnas de destilación es discutido en detalle por Parkins (1959), Bertrand y Jones (1961), Shineskey (1979) y Luyben (1995).

La presión de la columna es normalmente controlada a un valor constante. El uso del control variable de presión para conservar energía ha sido discutido por Shinskey (1979).

La velocidad de flujo de la alimentación es a menudo ajustada por un controlador de nivel de una columna anterior. Esto puede ser controlado independientemente si la columna es alimentada desde un tanque de almacenamiento.

La temperatura de alimentación normalmente no es controlada, a menos que se use un precalentador.

La temperatura es frecuentemente usada como un indicador de la composición. El sensor de temperatura debe colocarse en una posición en la columna donde la velocidad de cambio de la temperatura con el cambio en la composición de los componentes claves es un máximo. Cerca del tope y del fondo de la columna el cambio usualmente es pequeño. Con sistemas de múltiple componentes, la temperatura no es la única función de la composición.

Las temperaturas del tope son usualmente controladas variando la razón de reflujo, y las temperaturas del fondo variando la velocidad de ebullición. Si se pueden colocar analizadores en línea, se pueden incorporar al lazo de control, pero se necesitara equipo de control más complejo.

Figura 25: (a) Modelo de control de temperatura. Con este arreglo puede ocurrir interacción entre los controladores de temperatura del tope y el fondo

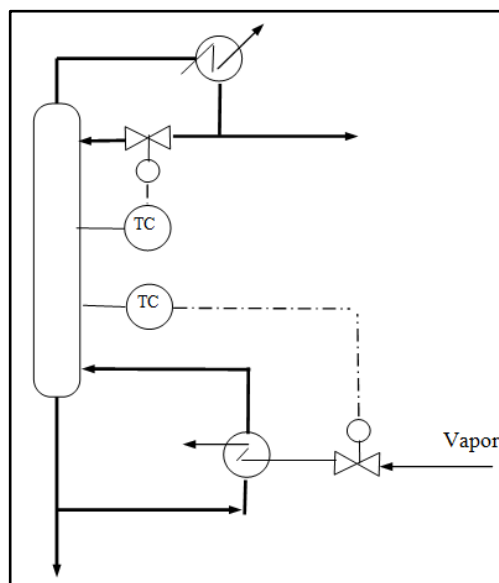
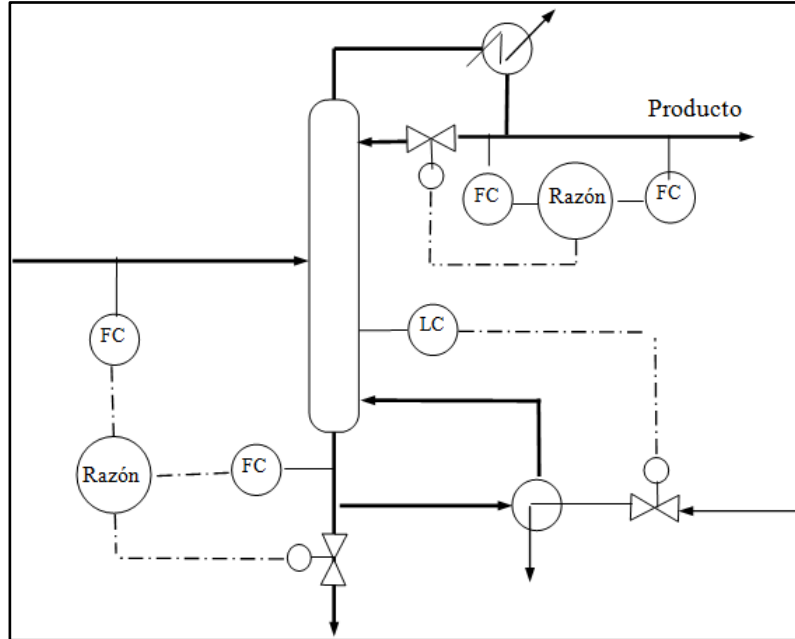


Figura 26: (b) Control de composición. Razón de reflujo controlada por un controlador proporcional, o separador, y los productos del fondo tienen una relación fija respecto a la alimentación



Control diferencial de presión es a menudo usado en columnas empacadas para conseguir que el empaque opere a la carga correcta; ver Figura 28d.

Indicadores adicionales de temperatura o puntos de registro deben ser incluidos sobre la columna para monitorear la operación de la columna.

Figura 27: (c) Control de composición. Producto del tope y ebullición controlada por la alimentación

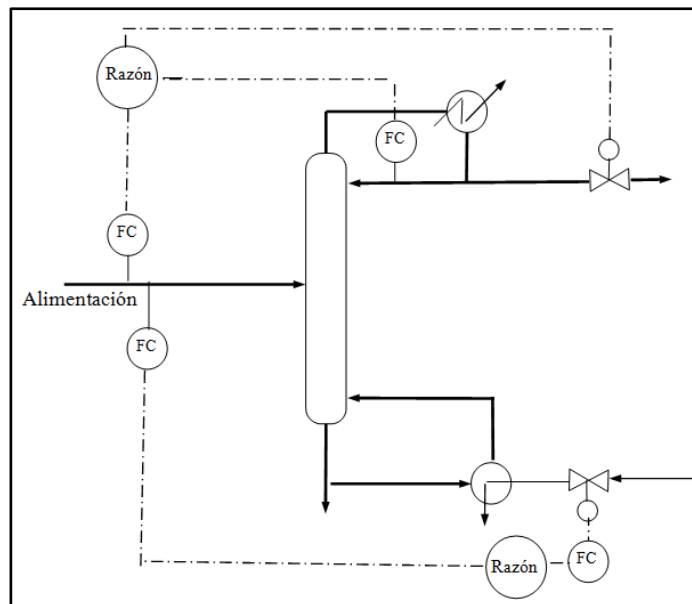


Figura 28: (d) Columna empacada. Control de presión diferencial

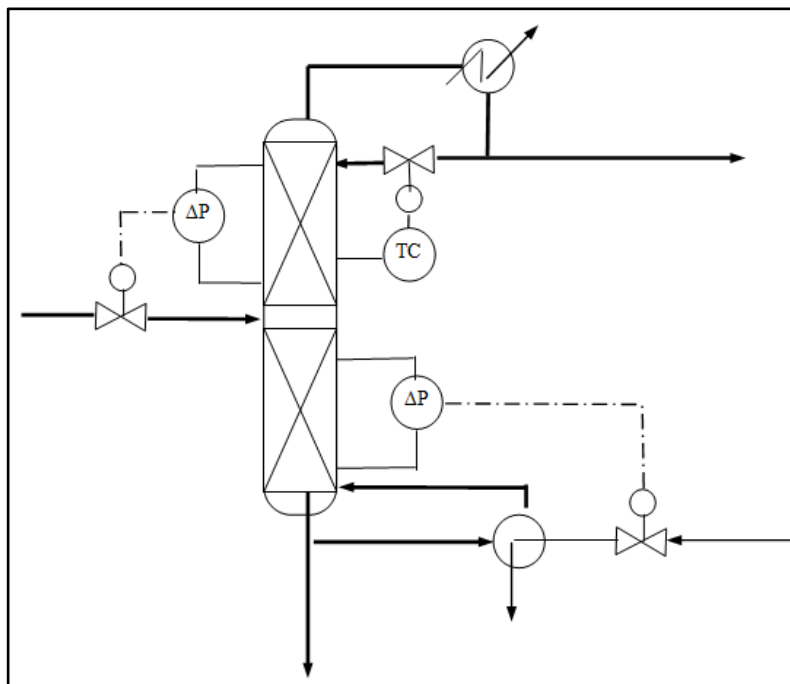
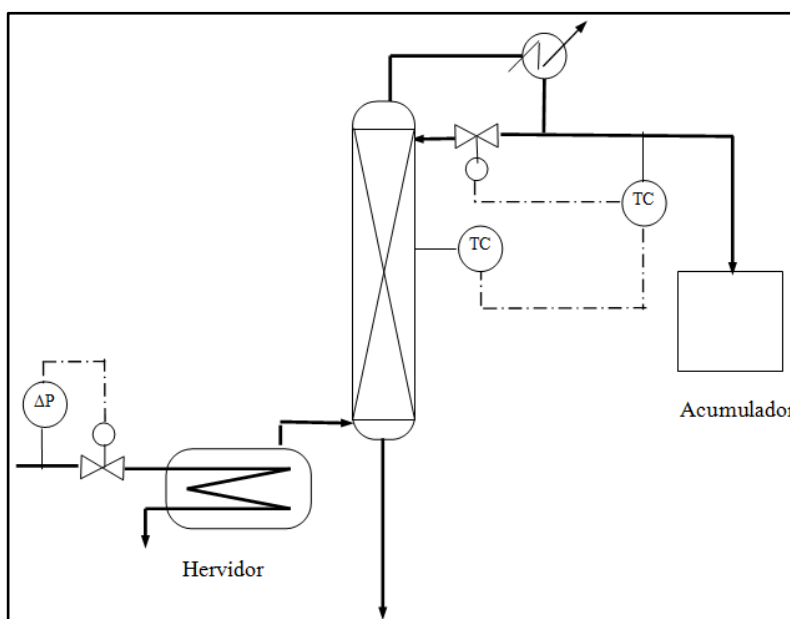


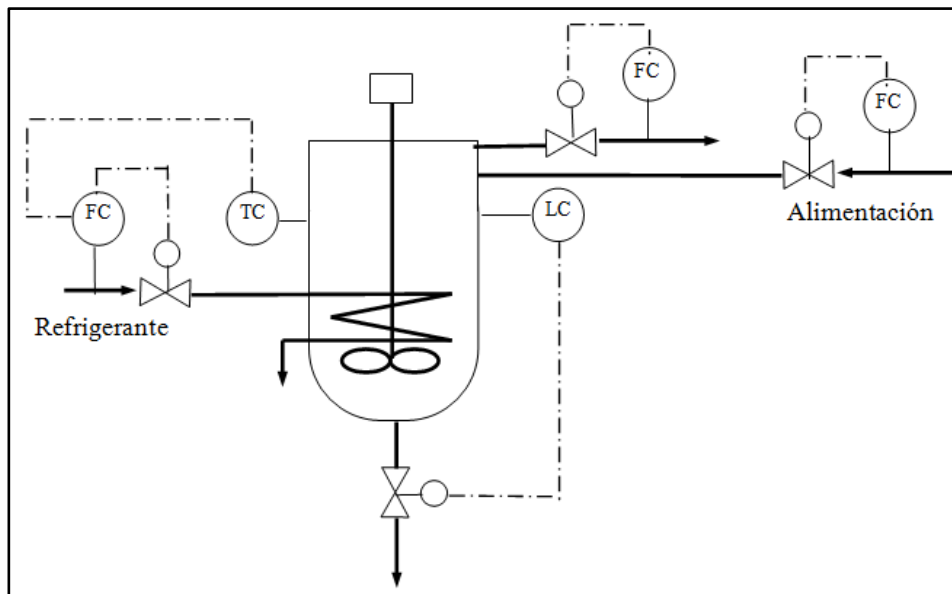
Figura 29: (e) Destilación "batch" reflujo en cascada con la temperatura para mantener composición constante en el tope



3.4.10. Control de reactores

Los esquemas usados para control del reactor depende del proceso y el tipo de reactor. Si se dispone de un analizador en línea, y la dinámica del reactor es aprovechable, la composición del producto puede monitorearse continuamente y las condiciones del reactor y flujos de la alimentación se pueden controlar automáticamente para mantener la composición deseada del producto y el rendimiento. Muchas veces, el operador es el nexo final en el lazo de control, ajustando los puntos de referencia para mantener el producto dentro de las especificaciones, basándose en análisis periódicos de laboratorio. La temperatura del reactor normalmente se controla regulando el flujo del medio de calentamiento o de enfriamiento. La presión usualmente se mantiene constante. El control del balance de materiales será necesario para mantener el flujo correcto de reactantes al reactor y el flujo de productos y material no reaccionado desde el reactor. Un esquema típico de control del reactor se muestra en la Figura 30.

Figura 30: Esquema típico de control de un CSTR, control de temperatura en cascada y control de flujo de reactante



3.4.11. Alarmas y dispositivos de seguridad

Las alarmas son usadas para alertar sobre serios y potenciales peligrosas desviaciones en las condiciones del proceso. Los instrumentos claves son acondicionados con “switches” y “relays” para operar alarmas audibles y visuales en los paneles de control y otros. Cuando hay demora o falta de respuesta, y sea probable el desarrollo rápido de una situación peligrosa, los instrumentos deben estar acondicionados con sistemas de seguridad para tener acción automática para prevenir el peligro; tales como dispositivos de parada de bombas, cierre de válvulas, sistemas de operación de emergencia.

Los componentes básicos de un sistema de seguridad son:

1. Un sensor para monitorear la variable de control y proporcionar una señal de salida cuando se ha excedido el valor preestablecido (el instrumento).
2. Una línea para transferir la señal al actuador, usualmente consistiendo de un sistema neumático o eléctrico de “relays”.
3. Un actuador para llevar a cabo la acción requerida, cerrando o abriendo una válvula, apagando un motor.

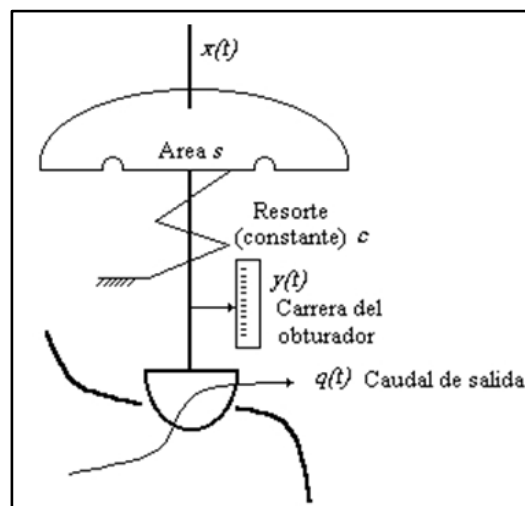
Los dispositivos de seguridad pueden incorporarse al lazo de control. Sin embargo, la operación segura del sistema dependerá del equipo de control, y para situaciones potencialmente peligrosas es mejor práctica especificar un sistema separado de alarmas. Se deben hacer provisiones para el chequeo periódico de los sistemas de seguridad para conseguir que el sistema opere cuando sea necesario.

CAPITULO IV: LA FUNCIÓN DE TRANSFERENCIA

Al examinar la Figura 31, se plantea inmediatamente la posible relación existente entre las variables de entrada y las de salida. Al cociente entre las expresiones matemáticas de las variables de salida y de entrada en función del tiempo se le denomina función de *transferencia o transmitancia* y se representa por el símbolo $G(p)$ o $G(s)$, que recibe también el nombre de *transmitancia* isomorfa.

Función de transferencia de una válvula de control.- Se supone que existe una relación lineal entre la señal neumática de entrada $x(t)$ y el desplazamiento del vástago $y(t)$, y entre el movimiento del vástago $y(t)$, y el caudal de salida $q(t)$, gracias a la forma del obturador.

Figura 31: Válvula de control



Despreciando la histéresis mecánica y el retardo dinámico producidos por los rozamientos entre el vástago y la estopada, por la fuerza que ejerce el fluido sobre el obturador, y por la masa móvil servomotor-vástago-obturador, resultan como ecuaciones de equilibrio estático del conjunto:

$$x(t) \cdot s = c \cdot y(t)$$

$$q(t) = k \cdot y(t)$$

Donde:

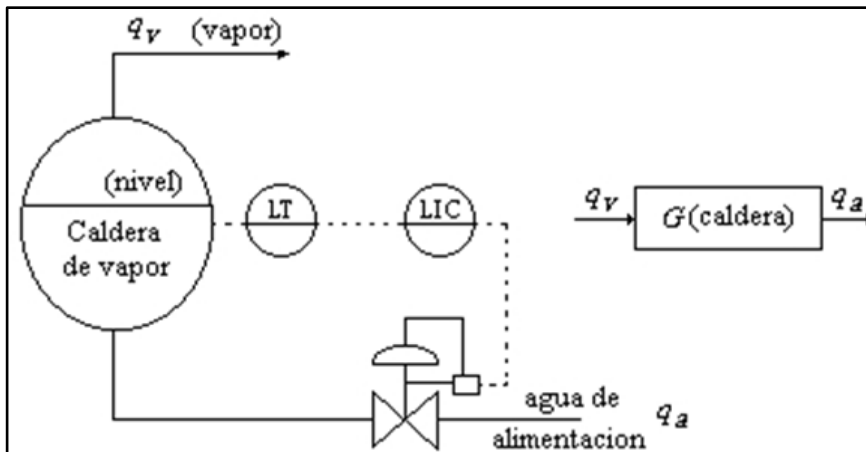
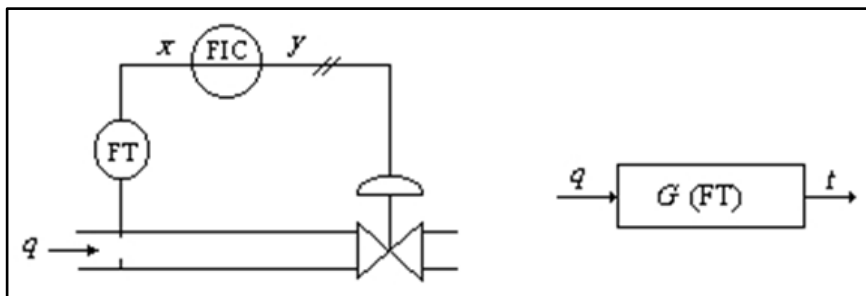
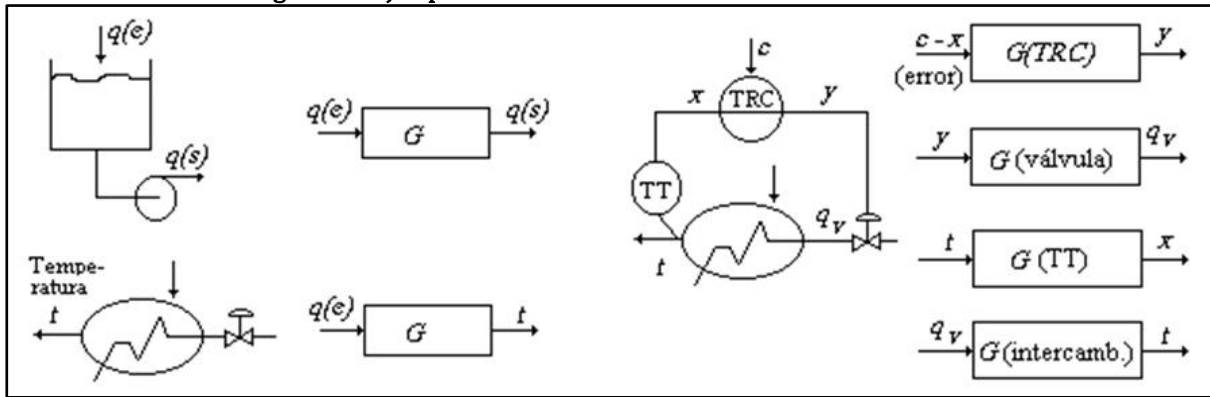
c = constante elástica del resorte

k = constante de proporcionalidad de la válvula (se considera lineal)

Luego

$$G = \text{Función de transferencia} = \frac{q(t)}{x(t)} = \frac{s.k}{c}$$

Figura 32: Ejemplos de funciones de transferencia en la industria



4.1. Estudio dinámico de la Función de transferencia

En el punto anterior se ha estudiado el concepto de la función de transferencia, habiéndose aplicado a ejemplos sencillos de la industria química (intercambiador de calor, tanque, caldera de vapor, ...), y en algunos de estos ejemplos se ha determinado la función de transferencia en forma simplificada. El estudio que se ha realizado es preliminar y ha tenido por objeto empezar a familiarizar al lector con las múltiples variedades de funciones de transferencia que pueden existir desde el punto de vista estático para que, una vez bien entendida su esencia, pueda seguir y estudiar las

funciones de transferencia en régimen dinámico, es decir, las que tienen en cuenta el tiempo.

Sentadas estas bases, la determinación de la función de transferencia deja de ser tan sencilla como la estudiada hasta ahora. En caso general, las señales de entrada y salida a la función de transferencia se expresarán mediante ecuaciones diferenciales lineales (una ecuación diferencial lineal es la formada por la suma de términos lineales, es decir por la suma de términos que son de primer grado con relación a las variables independientes).

$$a_0 \frac{d^n x}{dt^n} + a_1 \frac{d^{n-1} x}{dt^{n-1}} + \dots + a_n x = b_0 \frac{d^m y}{dt^m} + b_1 \frac{d^{m-1} y}{dt^{m-1}} + \dots + b_m y \dots\dots\dots (4.1)$$

Representando la función derivada por el operador $p = d/dt$ resulta:

$$(a_0 p^n + a_1 p^{n-1} + \dots + a_n)x = b_0 p^m + b_1 p^{m-1} + \dots + b_m)y \dots\dots\dots (4.2)$$

y de aquí:

$$\frac{y(t)}{x(t)} = \frac{a_0 p^n + a_1 p^{n-1} + \dots + a_n}{b_0 p^m + b_1 p^{m-1} + \dots + b_m} = G = \frac{N(p)}{D(p)} \dots\dots\dots (4.3)$$

Que es una relación entre las señales de entrada y salida, ambas como funciones del tiempo. Esta relación recibe el nombre de función de transferencia o transmitancia del sistema.

En la expresión anterior, $N(p)$ representa el numerador de la función de transferencia y $D(p)$ representa el denominador, ambos en función del operador p . En caso de que la señal de entrada o de excitación del sistema sea nula, $x(t) = 0$ y el sistema evoluciona libremente de acuerdo con la expresión siguiente

$$D(p) = b_0 p^m + b_1 p^{m-1} + \dots + b_m = 0 \dots\dots\dots (4.4)$$

que se llama ecuación característica y cuyas raíces son $p_1, p_2, p_3, \dots, p_i$ y se denominan polos de la función de transferencia. Las raíces del numerador $N(p)$ igualado a cero se denominan ceros de la función de transferencia.

De este modo, la ecuación característica puede expresarse como:

$$b_0(p - p_1)(p - p_2) \dots (p - p_i)(p - p_m) = 0 \dots\dots\dots (4.5)$$

o bien, siendo en general p_i raíces imaginarias, la expresión anterior pasa a ser

$$D(p) = x(t) = c_1 e^{p_1 t} + c_2 e^{p_2 t} + \dots + c_i e^{p_i t} + \dots + c_m e^{p_m t} = 0 \dots\dots\dots (4.6)$$

Para que el sistema sea estable, la curva $x(t)$ debe ser de evolución amortiguada al crecer el tiempo, y por tanto las raíces p_i deben tener su parte real negativa, ya que entonces el

término general $c_i e^{pt} = c_i e^{(-r + j\omega)t} \rightarrow 0$ en el tiempo. Esta es una de las condiciones de estabilidad que se verá más adelante

Consideramos de nuevo la Ec. (4.1) como ecuación diferencial lineal que relaciona las señales de entrada y de salida a un sistema definido por la función de transferencia G .

Aplicando la transformada de Laplace a los dos miembros y considerando valores iniciales nulos en la función y en las derivadas resulta:

$$a_0 s^n X + a_1 s^{n-1} X + \dots + a_n X = b_0 s^m Y + b_1 s^{m-1} Y + \dots + b_m Y \dots \dots \dots (4.7)$$

y de aquí

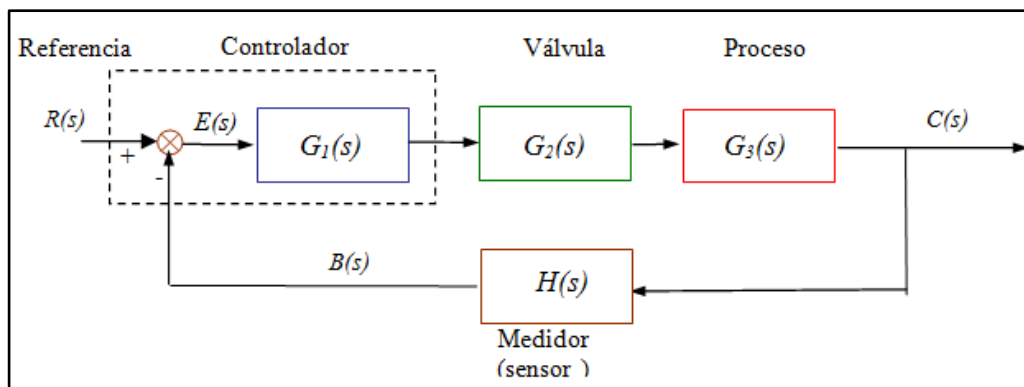
$$G(s) = \frac{Y(s)}{X(s)} = \frac{a_0 s^n + a_1 s^{n-1} + \dots + a_n}{b_0 s^m + b_1 s^{m-1} + \dots + b_m} \dots \dots \dots (4.8)$$

Expresión que es equivalente a la Ec. (4.1) sin más que cambiar el operador diferencial p en el dominio del tiempo por la variable compleja s en el dominio de las s . Así pues, al ser las dos expresiones equivalentes, la función de transferencia o transmitancia se puede expresar también por el cociente de las transformadas de Laplace, siempre que se mantengan nulas las condiciones iniciales en la variable y sus derivadas. Utilizando este concepto de función de transferencia, se puede representar la dinámica de un sistema por ecuaciones algebraicas en s . Si la potencia más alta de s en el denominador de la función de transferencia es igual a n , se dice que el sistema es de orden n .

El valor de la salida se obtiene multiplicando la entrada por la función de transferencia.

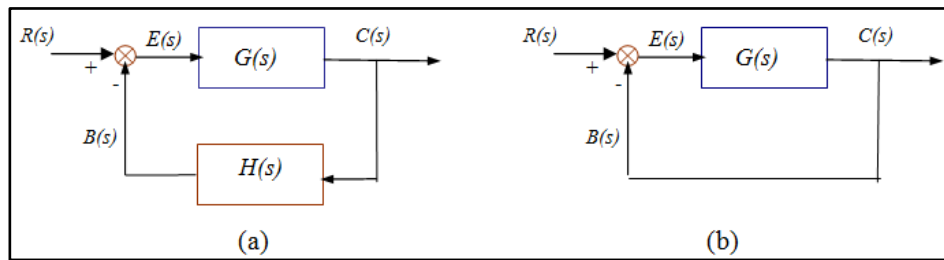
Al representar un sistema de control mediante un diagrama de bloques, se debe colocar en cada bloque la función de transferencia correspondiente al elemento del sistema. Así para el sistema de control de lazo cerrado mostrado:

Figura 33: Componentes del sistema de lazo cerrado



Como se verá más adelante, el diagrama de la Figura anterior se puede reducir a la forma dada en la Figura 34a y 34b.

Figura 34: Sistema de lazo cerrado



a) $H(s) \neq 1$

b) $H(s) = 1$

La salida $C(s)$ es alimentada nuevamente al punto de suma, donde se compara con la entrada de referencia $R(s)$. La salida $C(s)$, se obtiene en este caso, multiplicando la función de transferencia $G(s)$ por la entrada al bloque $E(s)$.

Al inyectar nuevamente la salida al punto de suma para compararla con la entrada, es necesario convertir la forma de la señal de salida a la forma de la señal de entrada.

Por ejemplo, en un sistema de control de temperatura, la señal de salida es generalmente la temperatura controlada. La señal de salida, que tiene la dimensión de una temperatura, debe convertirse a una fuerza, posición o voltaje antes de compararla con la señal de entrada. Esta conversión lo realiza el elemento de retroalimentación (medidor), cuya función de transferencia es $H(s)$.

La función del elemento de retroalimentación es modificar la salida antes de compararla con la entrada. En la mayoría de los casos el elemento de retroalimentación es un sensor que mide la salida del proceso. La salida del sensor se compara con la entrada (valor de referencia) y así se genera la señal de error. En este ejemplo la señal de retroalimentación que se envía de vuelta al punto de suma para su comparación con la entrada es $B(s) = H(s) C(s)$.

4.2. Función de transferencia de lazo abierto y función de transferencia directa

Con referencia a la Figura 33, la relación entre la señal de retroalimentación $B(s)$ y la señal de error actuante $E(s)$, se denomina función de transferencia de lazo abierto. Es decir:

Función de transferencia de lazo abierto = $G(s) H(s)$

La relación entre la salida $C(s)$ y la señal de error actuante $E(s)$ se denomina función de transferencia directa, de modo que: $\frac{B(s)}{E(s)}$

Función de transferencia directa $G(s) = \frac{C(s)}{E(s)}$

Si la función de transferencia de retroalimentación $H(s)$ es la unidad, la función de transferencia de lazo abierto y la función de transferencia directa son lo mismo

4.3. Función de transferencia de lazo cerrado

Para el sistema que se muestra en la Figura 33, la salida $C(s)$ y la entrada $R(s)$ están relacionadas como sigue:

$$C(s) = G(s) E(s)$$

$$E(s) = R(s) - B(s) = R(s) - H(s)C(s)$$

Eliminando $E(s)$ de esta ecuación se tiene:

$$C(s) = G(s) R(s) - H(s) C(s)$$

o

$$\frac{C(s)}{R(s)} = \frac{G(s)}{1 + G(s)H(s)} \dots\dots\dots(4.9)$$

La función de transferencia que relaciona $C(s)$ con $R(s)$, se denomina función de transferencia de lazo cerrado. Esta función de transferencia relaciona la dinámica del sistema de lazo cerrado con la dinámica de los elementos de acción directa y los de la retroalimentación

De la Ec. (4.9) se obtiene $C(s)$ por:

$$C(s) = R(s) \frac{G(s)}{1 + G(s)H(s)}$$

Así la salida del sistema de lazo cerrado depende claramente tanto de la función de transferencia de lazo cerrado como de la naturaleza de la entrada

4.4. Sistemas sometidos a una perturbación

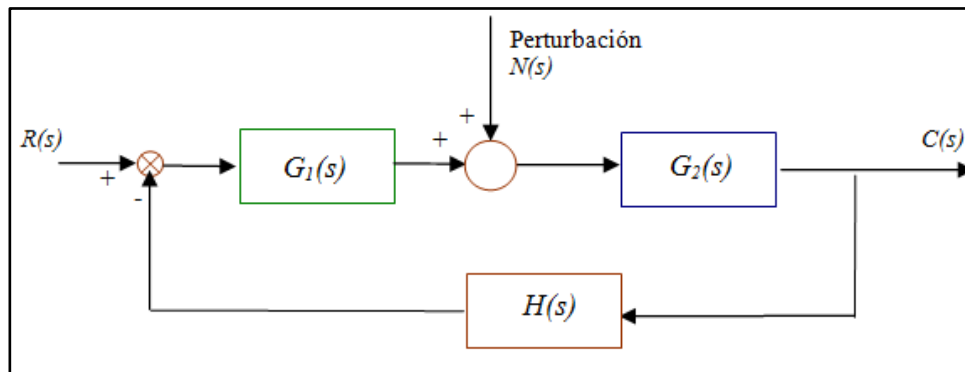
En la Figura 35, se ve un sistema sometido a una perturbación. Cuando dos entradas (la señal de referencia y la perturbación) están presentes en un sistema lineal, cada entrada puede tratarse independientemente de la otra; y las salidas correspondientes se pueden sumar a cada una de las entradas individuales, para obtener la salida total. En el punto de suma se indica, ya sea por medio de un signo más o un signo menos, la forma en que cada entrada se introduce al sistema.

Considere el sistema que aparece en la Figura 35. Al examinar el efecto de la perturbación $N(s)$, se puede suponer que el sistema está inicialmente en reposo, con error cero, entonces se puede calcular la respuesta $C_N(s)$ debida a la perturbación solamente.

Se puede hallar entonces que:

$$\frac{C_N(s)}{N(s)} = \frac{G_2(s)}{1 + G_1(s)G_2(s)H(s)}$$

Figura 35: Sistema de lazo cerrado sujeto a una perturbación



Por otro lado, considerando la respuesta a la entrada de referencia $R(s)$, se puede suponer que la perturbación es cero. Entonces es posible obtener la respuesta $C_R(s)$ a la entrada de referencia $R(s)$ de:

$$\frac{C_R(s)}{R(s)} = \frac{G_1(s)G_2(s)}{1 + G_1(s)G_2(s)H(s)}$$

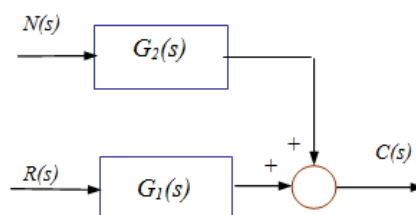
La respuesta a la aplicación simultánea de la entrada de referencia y de la perturbación se puede obtener sumando las dos respuestas individuales. En otras palabras, la respuesta $C(s)$ debida a la aplicación simultánea de la entrada de referencia $R(s)$ y la perturbación $N(s)$ está dada por

$$C(s) = C_R(s) + C_N(s)$$

$$= \frac{G_2(s)}{1 + G_1(s)G_2(s)H(s)} [G_1(s).R(s) + N(s)]$$

Ejemplo Aplicativo 4.1: Función de transferencia

El valor de $C(s)$ para el sistema siguiente sujeto a una perturbación de carga es:



$$C(s) = G1(s) R(s) + G2(s) N(s)$$

4.5. Elementos del sistema (de la función de transferencia)

Los sistemas de procesos fluidos y térmicos, manifiestan varias características dinámicas distintas, pero muchas de ellas se pueden describir por combinaciones de cinco funciones de transferencia

K Elemento proporcional

$\frac{1}{\tau s}$ Elemento de capacitancia

$\frac{1}{\tau s + 1}$ Elemento de primer orden

$\frac{1}{\tau^2 s^2 + 2\zeta \tau s + 1}$ Elemento de segundo orden

e^{-Ls} Elemento de tiempo muerto (retardo en el tiempo)

El elemento de tiempo muerto, denominado comúnmente demora distancia – velocidad, o verdadera demora de tiempo, se encuentra con frecuencia en los sistemas de procesos. Por ejemplo, si un elemento de medida de temperatura se localiza corriente debajo de un intercambiador de calor, ocurre una demora de tiempo antes que el fluido calentado que sale del intercambiador llegue al punto en el cual se mide la temperatura. Si algún elemento del sistema produce un tiempo muerto de L unidades de tiempo, entonces cualquier entrada f(t) al elemento se reproducirá en la salida como f(t – L), al transformar esto al dominio de s, se tiene

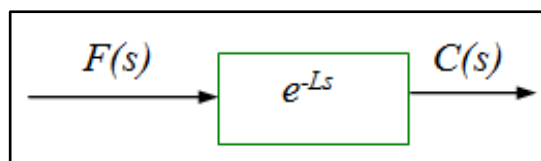
$$L[f(t)] = F(s) = \text{entrada}$$

$$L[f(t - L)] = e^{-Ls} F(s) = \text{salida}$$

y

$$G(s) = \frac{\text{salida}}{\text{entrada}} = \frac{e^{-Ls} F(s)}{F(s)} = e^{-Ls} \dots \dots \dots (4.10)$$

Figura 36: Diagrama de bloques del elemento de tiempo muerto del proceso



4.6. Proceso: Modelo matemático de sistemas dinámicos

Para estudiar los sistemas de control una etapa principal es modelar y analizar las características dinámicas del proceso a ser controlado. Un modelo matemático de un sistema dinámico se define como un juego de ecuaciones que representan la dinámica del sistema con exactitud, o al menos, razonablemente bien. Un sistema dado puede tener muchos modelos matemáticos.

La dinámica de muchos sistemas se pueden describir en términos de ecuaciones diferenciales, y la respuesta del sistema a una entrada se puede obtener si se resuelven las ecuaciones diferenciales que modelan dicho sistema.

Sistemas lineales. Un sistema en el que se aplica el principio de superposición se denomina lineal. El principio de superposición establece que la respuesta producida por la aplicación simultánea de dos funciones excitadoras (perturbaciones) distintas, es la suma de las respuestas individuales. Por lo tanto, para sistemas lineales la respuesta a diversas entradas se puede calcular tratando una entrada a la vez, y añadiendo o sumando los resultados.

Una ecuación diferencial es lineal si los coeficientes son constantes o funciones de la variable independiente exclusivamente. Los sistemas pueden ser lineales o no lineales y a su vez invariantes en el tiempo o variables en el tiempo (cuando los coeficientes son funciones del tiempo). Un ejemplo de sistema de control variable, es el sistema de control de un vehículo espacial. (La masa del vehículo se modifica debido al consumo de combustible). Para mayor información se sugiere ver el texto del autor sobre Modelamiento y Simulación de Procesos.

Ejemplo Aplicativo 4.2: Modelamiento matemático de un intercambiador de calor.

Para ilustrar el modelamiento del proceso, consideraremos el caso de control de temperatura en un intercambiador de calor de doble tubo. En un sistema de intercambio de calor, generalmente se tiene como objetivo calentar (o enfriar) un fluido de proceso hasta una temperatura determinada T_p (de salida) para ser alimentado a una etapa posterior en el proceso, para cumplir con este objetivo se debe usar una corriente de fluido de calentamiento (o enfriamiento) el cual debe operar en un rango de

temperaturas entre la entrada T_{co} y la salida T_c y a una velocidad de flujo F_c , la cual depende de los requerimientos del proceso.

Si el objetivo del proceso de transferencia de calor es el calentamiento (o enfriamiento) de la corriente de proceso, el objetivo del sistema de control es mantener la temperatura de salida de la corriente de proceso en un valor especificado o en estado estacionario ante cualquier perturbación que pueda alterar el proceso.

Con lo expuesto anteriormente podemos establecer que la variable controlada es la temperatura de salida del fluido de proceso (T_p), y la variable manipulada es la velocidad de flujo del fluido de calentamiento (F_c). Las perturbaciones pueden presentarse debido a cambios en la temperatura de entrada (T_{po}), la velocidad de flujo (F_p) del fluido de proceso, variación de temperatura del medio ambiente, resistencias a las incrustaciones, etc.

Figura 37: Sistema de control en un intercambiador

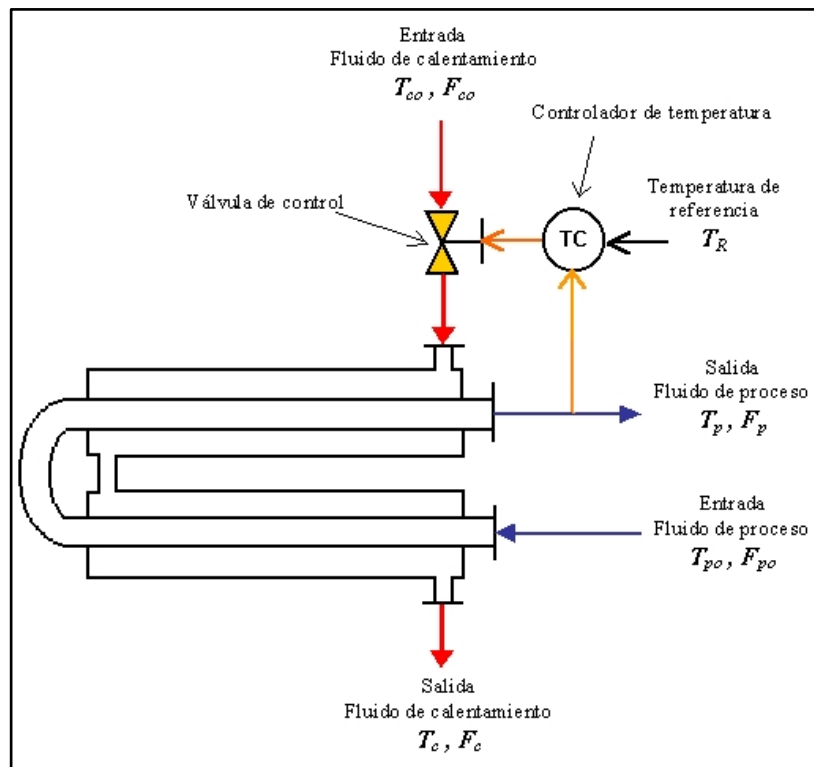
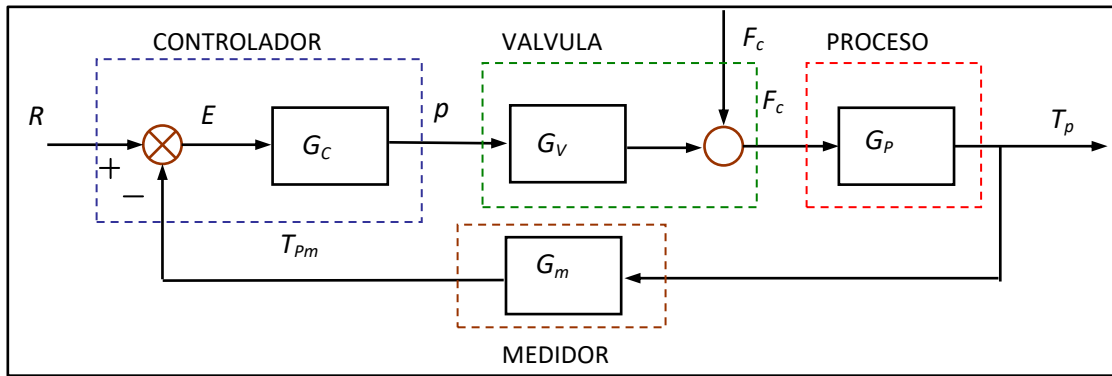


Figura 38: Diagrama de bloques del sistema de control



Como se puede observar en la Figura 38, el sistema de control es un sistema de lazo cerrado con retroalimentación en el cual se mide la variable controlada (salida) para compararlo con el valor deseado de esta variable (valor de referencia), esto se hace en el comparador y debido a que en la comparación la variable medida entra con signo negativo, este sistema se conoce como “feedback negativo”. Si hay diferencia se produce una señal de error la cual va al controlador para accionar la válvula de control y regular el flujo del fluido de calentamiento según lo requerido por el proceso

Para el sistema de control del intercambiador de calor dado en la Figura 37, por modelamiento matemático (ver Modelamiento y Simulación de Procesos del mismo autor), se llega a las Ecs. (6.11) y (6.12)

$$\frac{d(T_c)}{dt} = 2[F_c(t)(T_{co} - T_c) - U(t) A \Delta T(T) / Cp_c] / M_c \dots \dots \dots (4.11)$$

$$\frac{d(T_p)}{dt} = 2[F_p(t)(T_{po} - T_p) + U(t) A \Delta T(T) / Cp_p] / M_p \dots \dots \dots (4.12)$$

Donde:

T_c = temperatura de salida del fluido caliente

T_{co} = temperatura de entrada del fluido caliente

T_p = temperatura de salida del fluido de proceso (variable que se va a controlar)

T_{po} = temperatura de entrada del fluido de proceso

F_c = flujo de masa del fluido caliente (variable que se va a manipular)

F_p = flujo de masa del fluido de proceso

U = coeficiente total de transferencia de calor

A = área de transferencia de calor

ΔT = diferencia verdadera de temperaturas

Cp_c = capacidad calorífica del fluido caliente

Cp_p = capacidad calorífica del fluido de proceso

M_c = masa del fluido caliente dentro del intercambiador

M_p = masa del fluido de proceso dentro del intercambiador

t = tiempo

Donde $T = (T_c, T_{co}, T_p, T_{po})$ es un vector de temperaturas de los fluidos de entrada y salida, $\Delta T(T)$ es la diferencia media efectiva de temperaturas, la cual puede ser la diferencia media aritmética de temperaturas (DMAT).

$$\Delta T(T) = [(T_p - T_{co}) + (T_{po} - T_c)]/2 \dots\dots\dots (4.13)$$

O como en la mayoría de los casos prácticos, la diferencia media logarítmica de temperaturas (DMLT).

$$\Delta T(T) = \frac{(T_{co} - T_p) - (T_c - T_{po})}{\ln(T_{co} - T_p) - \ln(T_c - T_{po})} \dots\dots\dots (4.14)$$

La dependencia del tiempo del coeficiente de transferencia de calor es importante para variaciones en el área de transferencia de calor. En este caso asumimos que $U(t) \neq 0, t \geq 0$ y $T_{co} > T_{po}$ ó $(T_{co} < T_{po})$ respectivamente). Las asunciones precedentes implican que bajo condiciones normales de operación, $T_{co} > T_c$ o $(T_{co} < T_c)$ respectivamente), de modo que el sistema de control está bien definido para todo $t > 0$.

Función de transferencia del proceso. La función de transferencia para el proceso controlado llevado a cabo en el intercambiador de calor debe relacionar en el dominio de Lapace a la variable de salida (controlada) T_p a la variable de entrada (regulada) F_c . De la Ec. (6.12) (para el fluido de proceso), considerando constante el flujo de entrada

$$\frac{M_p}{2F_p} \frac{d(T_p)}{dt} = (T_{po} - T_p) + U(t) A \Delta T(T) / F_p C p_p \dots\dots\dots (4.15)$$

Si:

$$\frac{M_p}{2F_p} = \tau_p \text{ (tiempo)} \quad \gamma \quad A \Delta T(T) / F_p C p_p = k_1$$

La Ec. (6.15) se puede escribir como

$$\tau_p \frac{d(T_p)}{dt} + T_p = T_{po} + k_1 U \dots\dots\dots (4.16)$$

En el estado estacionario, la Ec.(6.16) será:

$$\tau_{ps} \frac{d(T_{ps})}{dt} + T_{ps} = T_{pos} + k_1 U_s = 0 \dots\dots\dots (4.17)$$

Donde el subíndice s indica al estado estacionario. Restando la Ec. (6.17) de la Ec. (6.16) se tiene:

$$\tau_p \frac{d(T_p - T_{ps})}{dt} + (T_p - T_{ps}) = (T_{po} - T_{pos}) + k_1 (U - U_s) \dots\dots\dots (4.18)$$

Definiendo las variables de desviación:

$$(T_p - T_{ps}) = T_p$$

$$(U - U_s) = U$$

Además, $T_{po} = T_{pos}$ la temperatura de entrada es la misma en cualquier instante. Con lo cual la Ec. (6.18) será:

$$\tau_p \frac{d(T_p)}{dt} + T_p = k_1 U \dots\dots\dots (4.19)$$

Aplicando la transformada de Laplace a la Ec.(6.19) se tiene:

$$\tau_p [s T_p(s) - T_p(0)] + T_p(s) = k_1 U(s) \dots\dots\dots (4.20)$$

Donde $T_p(0) = 0$, ya que en el tiempo cero recién se inicia el proceso y no hay variación del estado estacionario. Simplificando la Ec. (6.20) se tiene

$$\frac{T_p(s)}{U(s)} = \frac{k_p}{\tau_p s + 1} \dots\dots\dots (4.21)$$

Usando el mismo procedimiento para la Ec. (6.11) (fluido de calentamiento) y aplicando la propiedad de traslación de la transformada, para lo cual se sabe que:

$$Q = F_c (T_c - T_{co}) = U A \Delta T \dots\dots\dots (4.22)$$

Se tiene la función de transferencia para el fluido de calentamiento

$$\frac{U(s)}{F_c(s)} = \frac{k_c}{\tau_c s + 1} \dots\dots\dots (4.23)$$

Considerando que los dos procesos se llevan a cabo en serie, por lo cual la función de transferencia del proceso total será el producto de las funciones de transferencia individuales, y haciendo $k_p k_c = K_p, \tau_c = \tau_1$ y $\tau_p = \tau_2$, se tiene:

$$G_p = \frac{T_p(s)}{F_c(s)} = \frac{K_p}{(\tau_1 s + 1)(\tau_2 s + 1)} ; \quad \tau_1, \tau_2 > 0 \dots\dots\dots (4.24)$$

La Ec. (6.24), relaciona la variable de salida T_{po} (variable controlada) a la variable regulada F_C (entrada o carga), donde τ_1 y τ_2 son las constantes características de tiempo del proceso.

Esta función de transferencia es de segundo orden (el *orden* está dado por el mayor exponente al que esta elevado el parámetro s en el denominador); por lo que este proceso es de segundo orden.

Ejemplo Aplicativo 4.3: Sistemas de nivel de líquido.

Al analizar sistemas que consideran el flujo de fluidos, se hace necesario dividir el régimen de flujo en régimen de flujo laminar y régimen de flujo turbulento, de acuerdo con la magnitud del número de Reynolds. Si el número de Reynolds es mayor que aproximadamente 3000 - 4000, el flujo es turbulento. Si el Reynolds es menor que aproximadamente 2000, el flujo es laminar. En el caso laminar el flujo de fluido se produce en tuberías sin turbulencia. Los sistemas que implican flujo turbulento suelen requerir, para representarse, de ecuaciones diferenciales no lineales, mientras que los sistemas que corresponden a flujo laminar, pueden representarse por ecuaciones diferenciales ordinarias. (En los procesos industriales frecuentemente se tiene flujos en tuberías y tanques. En esos procesos el flujo es frecuentemente turbulento y no laminar).

Resistencia y capacitancia de sistemas de nivel de líquido. Sea el flujo a través de una tubería corta que conecta dos tanques. En este caso la resistencia al flujo de líquido se define como la variación de diferencia de nivel (la diferencia de niveles de líquido entre los dos tanques), necesaria para producir una variación unitaria en el gasto, es decir:

$$R = \frac{\text{Cambio en la diferencia de niveles (m)}}{\text{cambio en el gasto (m}^3\text{/s)}} \dots\dots\dots (4.25)$$

Sea el sistema de nivel de líquido que aparece en la Figura 39 (a). En este sistema el líquido fluye a través de la válvula de carga en el costado del tanque. Si el flujo a través de esta restricción es laminar, la relación entre el gasto en estado estacionario y la presión hidrostática en estado estacionario al nivel de la restricción queda dado por:

$$Q = K\sqrt{H} \dots\dots\dots (4.26)$$

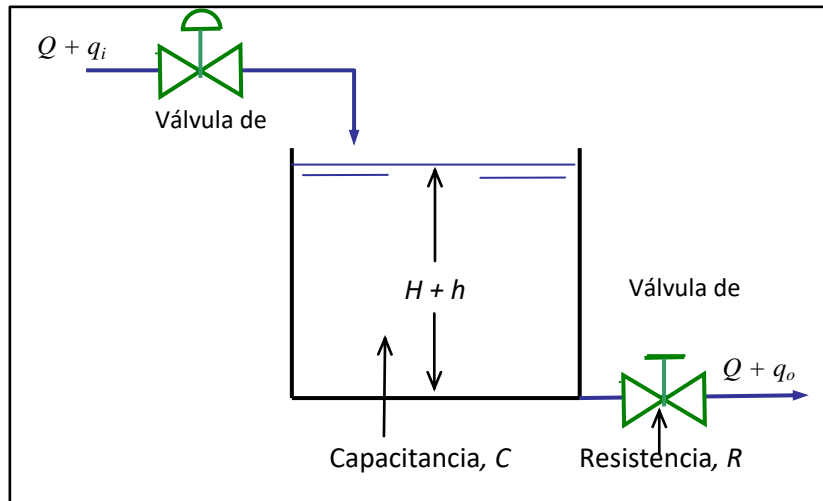
Donde:

Q = Gasto en estado estacionario, en m^3 / s

K = Coeficiente en m^2 / s

H = Presión hidrostática en estado estacionario, en m.

Figura 39: (a) Sistema de Control de Liquido



La ley que rige el flujo laminar es análoga a la ley de Coulomb, que establece que la corriente es directamente proporcional a la diferencia de potencial.

En el caso de flujo laminar, la resistencia R_l se obtiene como:

$$R_l = \frac{dH}{dQ} = \frac{H}{Q} \dots\dots\dots (4.27)$$

Si el flujo a través de la restricción es turbulento, el gasto en estado estacionario está dado por:

$$Q = K\sqrt{H} \dots\dots\dots (4.28)$$

La resistencia R_t para el flujo turbulento se obtiene de $R_t = \frac{dH}{dQ}$

de la Ec. (6.28) se obtiene

$$dQ = \frac{K}{2\sqrt{H}} dH$$

y luego:

$$\frac{dH}{dQ} = \frac{2\sqrt{H}}{K} = \frac{2\sqrt{H}\sqrt{H}}{Q} = \frac{2H}{Q}$$

Así

$$R_t = 2H/Q \dots\dots\dots (4.29)$$

El valor de la resistencia en flujo turbulento R depende del gasto y de la presión hidrostática.

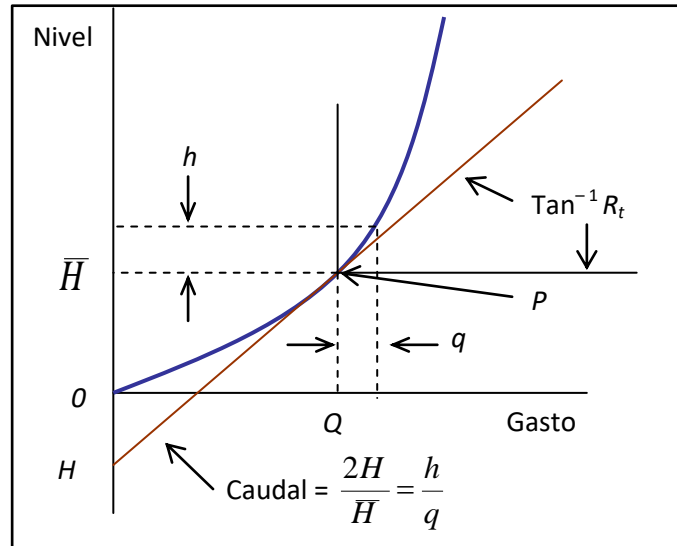
Si se utiliza la resistencia de flujo turbulento, la relación entre Q y H está dada por:

$$Q = 2H/R_t$$

Esta linealización es válida, siempre que las modificaciones de presión hidrostática y de gasto sean pequeñas, respecto al estado estacionario.

En muchos casos reales cuando no se conoce el valor del coeficiente K , entonces se determina trazando la representación gráfica de la presión hidrostática en función del gasto. En la Figura 40(b).

Figura 40: (b) Curva de nivel en función del gasto



Donde P es el punto de operación en estado estacionario. La tangente a la curva en el punto P corta la ordenada en el punto $(-H, 0)$. Así, la pendiente de esta línea tangente es $2H/Q$. Como en el punto de operación P la resistencia R_t está dada por $2H/Q$, la resistencia R_t es la pendiente de la curva en el punto operativo.

$$\text{Pendiente de la curva en el punto } P = \frac{h}{q} = \frac{2H}{Q} = R_t$$

La Capacitancia C de un tanque se define como la variación en la cantidad del líquido acumulado, necesaria para producir una variación unitaria en el potencial (presión hidrostática). (El potencial es la magnitud que indica el nivel de energía del sistema).

La capacidad (en m^3) y la capacitancia (m^2) son diferentes.

La capacitancia del tanque es igual al área de la sección de corte.

$$R = \frac{\text{Cambio en la cantidad de liquido acumulado (m}^3\text{)}}{\text{cambio en el nivel (m)}} \dots\dots\dots (4.30)$$

Función de transferencia del sistema de nivel de líquido

Considere el sistema que aparece en la Figura 39 (a). las variables se definen del siguiente modo:

\bar{Q} = gasto en estado estacionario (antes de haber algún cambio), m^3 / s .

q_i = pequeña desviación en el gasto de entrada respecto a su valor en estado estacionario, en m^3 / s

q_o = pequeña desviación en el gasto de salida respecto a su valor en estado estacionario, en m^3 / s .

\bar{H} = nivel de carga en estado estacionario (antes de haber algún cambio), en m.

h = pequeña desviación del nivel respecto a su valor en estado estacionario, en m.

Un sistema se puede considerar lineal si el flujo es laminar. Aun cuando el flujo sea turbulento, el sistema puede linealizarse si se mantiene reducidos los cambios en las variables. Si se presumiera que el sistema fuera lineal o linealizable, la ecuación diferencial del sistema se puede obtener del siguiente modo: como el gasto de entrada menos el gasto de salida durante el pequeño intervalo de tiempo dt es igual a la cantidad de líquido acumulado en el tanque, se ve que:

$$Cdh = (q_i - q_o)dt \dots \dots \dots (6.31)$$

De la definición de resistencia, la relación entre q y h está dada por:

$$q_o = h/R$$

La ecuación diferencial de este sistema, para un valor constante de R es:

$$RC \frac{dh}{dt} + h = R q_i \dots \dots \dots (6.32)$$

Nótese que RC es la constante de tiempo del sistema. Tomando la transformada de Laplace en ambos miembros de la Ec. (6.32), y suponiendo la condición inicial cero, se obtiene

$$(RCs + 1) H(s) = R Q_i(s) \dots \dots \dots (6.33)$$

donde

$$H(s) = L(h) \quad \text{y} \quad Q_i(s) = L(q_i)$$

Si se considera a q_i , como entrada y h como salida, la función de transferencia es:

$$\frac{H(s)}{Q_i(s)} = \frac{R}{RCs + 1} \dots \dots \dots (6.34)$$

Sin embargo, si se toma q_o con salida, con la misma entrada, la función de transferencia es

$$\frac{Q_o(s)}{Q_i(s)} = \frac{1}{RCs + 1} \dots \dots \dots (6.35)$$

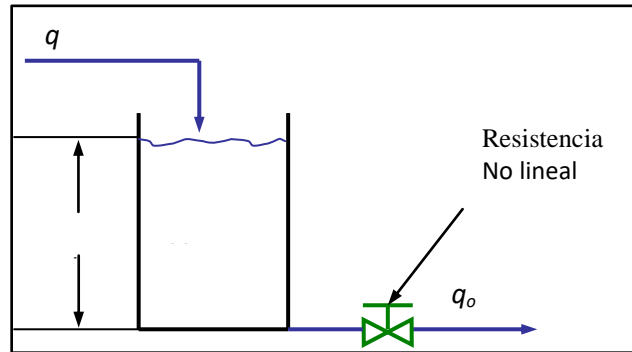
Donde se ha usado la relación

$$Q_o(s) = \frac{1}{R} H(s) \dots\dots\dots (6.36)$$

Ejemplo Aplicativo 4.4: Linealización

Sistema de nivel con resistencia no lineal. Establecer la función de transferencia que relacione el nivel de líquido en un tanque con el caudal de su alimentación. El tanque posee una resistencia no lineal en la salida porque: $q_o = Ch^{1/2}$.

Figura 41: Sistema de Nivel de líquido



Donde:

A = área de sección transversal del tanque.

q = flujo volumétrico.

h = nivel de líquido en el tanque.

c = constante.

Función de transferencia

$$G(s) = \frac{H(s)}{Q(s)} \dots\dots\dots (4.37)$$

1. Haciendo un balance de materiales al estado no estacionario

$$q - q_o = \frac{dV}{dt} \dots\dots\dots (4.38)$$

Si

$$V = Ah; \quad dV = Adhy \quad q_o = C h^{1/2}$$

$$q - q_o = q - Ch^{1/2} = A \frac{dh}{dt} \dots\dots\dots (4.39)$$

Como existe el termino **NO LINEAL** $Ch^{1/2}$ trae dificultades al momento de tomar la transformada de Laplace, por lo que esta ecuación debe linealizarse.

Para esto hacemos uso de la serie de expansión de TAYLOR y la función $q_o(h)$ puede ser expresada en las proximidades del estado estacionario para valores de h próximos a h_s .

Entonces

$$q_o = q_o(h_s) + q'_o(h_s)(h - h_s) + \frac{q''_o(h_s)(h - h_s)^2}{2!} + \dots \dots \dots (4.40)$$

Donde $q'_o(h_s)$ = es la primera derivada de q_o evaluada a h_s .

$q''_o(h_s)$ = es la segunda derivada de q_o evaluada a h_s constante.

Si tomamos solamente los términos lineales, el resultado es:

$$q_o \cong q_o(h_s) + q'_o(h_s)(h - h_s) \dots \dots \dots (4.41)$$

Si sabemos que

$$q_o = C h^{1/2}$$

$$q'_o(h_s) = dq_o(h_s) = \frac{1}{2} C h_s^{-1/2}$$

Reemplazando el valor de $q'_o(h_s)$ en la Ec. (6.41) tenemos:

$$q_o = q_o(h_s) + \frac{1}{2} C h_s^{-1/2} (h - h_s) \dots \dots \dots (4.42)$$

Haciendo $q_o(h_s) = q_{0s}$

$$\frac{1}{2} C h_s^{-1/2} = (R_1)^{-1}$$

Tenemos

$$q_o = q_{0s} + \frac{1}{R_1} (h - h_s) \dots \dots \dots (4.43)$$

Sustituyendo la Ec. (6.43) en (6.39)

$$q - \left[q_{0s} + \frac{1}{R_1} (h - h_s) \right] = A \frac{dh}{dt}$$

$$q - q_{0s} - \frac{h - h_s}{R_1} = A \frac{dh}{dt} \dots \dots \dots (4.44)$$

2. Haciendo un balance de materiales al estado estacionario.

$$q - q_{0s} = A \frac{dh_s}{dt} \dots \dots \dots (4.45)$$

3. Restando las Ecs. (6.44) - (6.45)

$$q - q_{0s} - \frac{h - h_s}{R_1} - (q_s - q_{0s}) = A \frac{dh}{dt} - A \frac{dh_s}{dt}$$

$$q - q_{0s} - \frac{h - h_s}{R_1} - (q_s + q_{0s}) = A \left(\frac{dh}{dt} - \frac{dh_s}{dt} \right)$$

$$q - q_s - \frac{h - h_s}{R_1} = A \frac{d(h - h_s)}{dt} \dots\dots\dots (4.46)$$

Introduciendo las variables de desviación

$$q - q_s = Q$$

$$h - h_s = H$$

$$Q - \frac{H}{R_1} = A \frac{dH}{dt}$$

$$R_1 Q - H = AR_1 \frac{dH}{dt} \dots\dots\dots (4.47)$$

Definiendo la constante de tiempo $\tau = AR_1$ se tiene:

$$R_1 Q - H = \tau \frac{dH}{dt} \dots\dots\dots (4.48)$$

Tomando la transformada de Laplace

$$R_1 Q(s) - H(s) = \tau [sH(s) - H(0)]$$

$$R_1 Q(s) - H(s) = \tau sH(s)$$

$$R_1 Q(s) = \tau sH(s) + H(s)$$

$$R_1 Q(s) = H(s) [\tau s + 1]$$

$$\frac{H(s)}{Q(s)} = \frac{R_1}{\tau s + 1} \dots\dots\dots (4.49)$$

Ejemplo Aplicativo 4.5: Sistemas térmicos.

Los sistemas térmicos son aquellos que comprenden la transferencia o transmisión de calor de una sustancia a otra. Estos se pueden analizar en términos de resistencia y capacitancia y resistencia térmicas pueden no representarse con precisión como parámetros concentrados, ya que suelen estar distribuidos a lo largo de la sustancia. Para un análisis preciso se debe recurrir a modelos de parámetros distribuidos.

Aquí, sin embargo, para simplificar el análisis, se supondrá que un sistema térmico se puede representar por un modelo de parámetros concentrados; que las sustancias que se caracterizan por su resistencia al flujo de calor de las sustancias térmicas insignificante, y que la resistencia al flujo de calor de las sustancias que se caracterizan por la capacitancia térmica es despreciable.

Hay tres medios diferentes en que el calor fluye de una sustancia a otra: Conducción, Convección y Radiación.

Para transferencia de calor por conducción o convección se tiene:

$$q = K \Delta T \dots\dots\dots (4.50)$$

Dónde:

q = flujo de calor, en Kcal / s

ΔT = diferencial de temperatura, en

K = coeficiente, Kcal/s °C

El coeficiente K está dado por:

$$K = \frac{kA}{\Delta X} \text{ para conducción(4.51)}$$

$$K = HA \text{ para convección.....(4.52)}$$

Donde

k = conductividad térmica, en Kcal/m.s°C

A = área normal al flujo de calor, en m².

ΔX = grosor del conductor, en m

H = coeficiente de convección, Kcal/m²s °C

Para transferencia de calor por radiación, el flujo de calor está dado por:

$$q = K_r (T_1^4 - T_2^4) \text{(4.53)}$$

Donde

q = flujo de calor, en Kcal/s

K_r = coeficiente que depende de la emisión, dimensiones y características de la superficie emisora y de las de la superficie receptora.

T_1 = temperatura absoluta del emisor, en K

T_2 = Temperatura absoluta del receptor, en K

Como la constante K_r es un número muy pequeño, la transferencia de calor por radiación sólo es apreciable si la temperatura del emisor es muy alta en comparación con la del receptor, o $T_1 \gg T_2$ Para tal caso, la Ec. (6.53) se puede aproximar mediante:

$$q = K_r T^4 \text{(4.54)}$$

Donde

T = diferencia efectiva de temperatura entre emisor y receptor.

La diferencia efectiva de temperatura T está dada por:

$$T = \sqrt{T_1^4 - T_2^4} \text{(4.55)}$$

Donde: $T_1 \gg T_2$

Resistencia térmica y capacitancia térmica.

La resistencia térmica R para la transferencia de calor entre dos sustancia, se puede definir del siguiente modo:

$$R = \frac{\text{Cambio en la diferencia de temperatura } (^{\circ}\text{C})}{\text{Cambio en el flujo de calor } \left(\frac{\text{Kcal}}{\text{s}}\right)} \dots\dots\dots (4.56)$$

La resistencia térmica para transferencia de calor por conducción o convección está dada por:

$$R = \frac{d(\Delta T)}{dq} = \frac{1}{K} \dots\dots\dots (4.57)$$

Cómo los coeficientes de conductividad térmica por conducción son casi constantes, la resistencia térmica tanto para conducción como para convección es constante. Con referencia a la Ec. (4.57), se puede dar la resistencia térmica para transferencia de calor por radiación como:

$$R = \frac{dT}{dq} = \frac{1}{4K_r T^3} \dots\dots\dots (6.58)$$

Dónde: T es una diferencia efectiva de temperatura entre el emisor y el receptor. Nótese que la resistencia de radiación se puede considerar constante solamente en un rango estrecha de la condición de operación.

La Capacitancia Térmica C_{se} define por:

$$C = \frac{\text{Cambio en la calor almacenado (Kcal)}}{\text{Cambio en el flujo de calor } (^{\circ}\text{C})} \dots\dots\dots (4.59)$$

o

$$C = mc_p \dots\dots\dots (4.60)$$

Donde:

m = masa de la sustancia considerada, en kg.

c = calor específico de la sustancia, Kcal/Kg.

Función de transferencia de sistemas térmicos.

Sea el sistema que aparece en la Figura 39 (a). Se supone que el tanque está aislado para evitar pérdida de calor al aire circundante. También se supone que no hay almacenamiento de calor en el aislamiento y que el líquido del tanque está perfectamente mezclado, de modo que la temperatura es uniforme. Así que se utiliza un termómetro único para describir la temperatura del líquido en el tanque, y la del líquido que fluye a la salida

Se define

T_i = temperatura en estado estacionario del líquido que entra, en °C

T = temperatura en estado estacionario del líquido que sale, en °C

G = gasto de líquido en estado estacionario, en Kg./s.

M = masa de líquido en el tanque, en Kg.

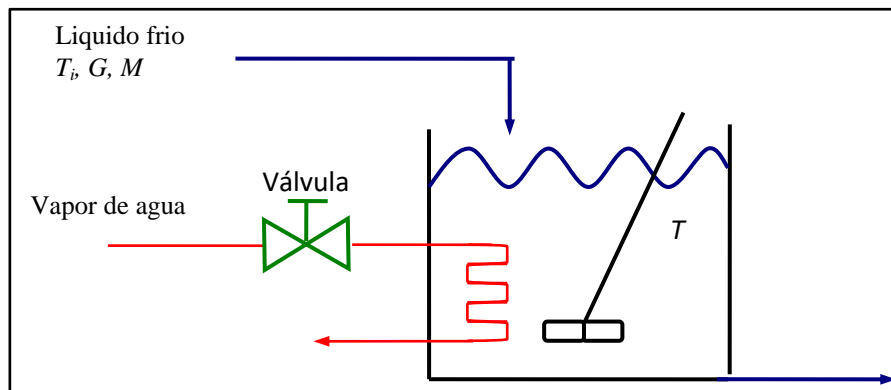
C_p = calor específico del líquido, en Kcal/Kg.°C

R = resistencia térmica, en °C s/ Kcal

C = capacidad térmica en Kcal/ °C

q = flujo de calor, en Kcal/s.

Figura 42: Sistema Térmico



Para este caso, se obtiene q_o , C y R respectivamente como:

$$q_o = GC_p T \dots\dots\dots (4.61)$$

$$C = MC_p \dots\dots\dots (4.62)$$

$$R = \frac{T}{q_o} = \frac{1}{GC_p} \dots\dots\dots (4.63)$$

Si se desea instalar un sistema de control para controlar la temperatura de salida (variable controlada), manipulando el flujo de calor (variable manipulada). La función de transferencia que relacione para el proceso debe ser: $G(s) = T(s)/Q(s)$.

Haciendo un balance de energía en el tanque al estado no estacionario

$$\text{Entrada} - \text{Salida} = \text{Acumulación}$$

$$q_i - q_o = \rho V C_p \frac{dT}{dt}$$

$$q_i - G C_p (T - T_i) = M C_p \frac{dT}{dt}$$

$$q_i - \frac{1}{R} (T - T_i) = C \frac{dT}{dt}$$

Definiendo la constante de tiempo como: $\tau = RC = M/G$, segundos

$$Rq_i - T + T_i = \tau \frac{dT}{dt} \dots\dots\dots (4.64)$$

Escribiendo la Ec. (6.64) al estado estacionario:

$$Rq_{is} - T_s + T_{is} = \tau \frac{dT}{dt} = 0 \dots\dots\dots (4.65)$$

Restando la Ec.(6.65) de la Ec. (6.64)

$$R(q_i - q_{is}) - (T - T_s) + (T_i - T_{is}) = \tau \frac{d(T - T_s)}{dt}$$

Definiendo las variables de desviación:

$$(q_i - q_{is}) = Q$$

$$(T - T_s) = T$$

y con $T_i - T_{is} = 0$ La temperatura de entrada se mantiene constante en todo el tiempo

$$RQ - T = \tau \frac{dT}{dt} \dots\dots\dots (4.66)$$

Tomando la transformada de Laplace:

$$RQ(s) - T(s) = \tau[sT(s) - T(0)] \quad T(0) = 0$$

$$RQ(s) - T(s) = \tau sT(s)$$

$$RQ(s) = \tau sT(s) + T(s)$$

$$RQ(s) = T(s) [\tau s + 1]$$

$$\frac{T(s)}{Q(s)} = \frac{R}{\tau s + 1} \dots\dots\dots (4.67)$$

En la práctica, la temperatura del líquido que entra, puede fluctuar y actuar como perturbación de carga. (Si se desea una temperatura constante del flujo de salida se puede instalar un control automático para ajustar el flujo de calor de entrada con el objeto de compensar las fluctuaciones en la temperatura del líquido que ingresa). Si la temperatura del líquido de entrada se varia bruscamente desde T_a a $T_i + T$, mientras el flujo del calor de entrada q y el gasto de líquido G se mantienen constantes, entonces el flujo de calor de salida se modificará de q a $q + q_0$ y la temperatura del gasto de salida cambiara de T a $T + T_0$. El modelo matemático para el proceso, se puede obtener de la misma forma que en el caso anterior, pero en este caso se mantiene constante q_i , pero varía T_i , con lo cual se tiene:

$$T_i - T = \tau \frac{dT}{dt} \dots\dots\dots (4.68)$$

La función de transferencia que liga a T con T_i está dada por:

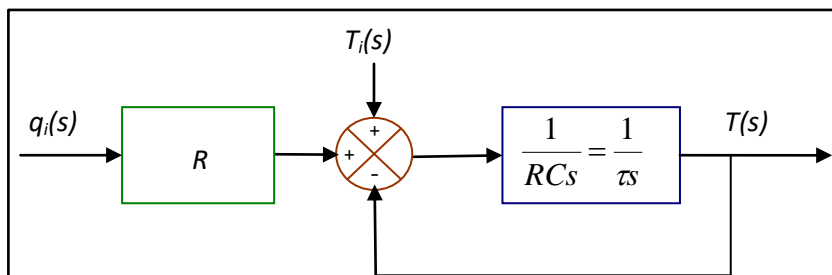
$$\frac{T(s)}{T_i(s)} = \frac{1}{\tau s + 1} \dots\dots\dots(4.69)$$

Si el sistema térmico está sujeto a variaciones, tanto en la temperatura del líquido que entra como en el flujo de calor de entrada, mientras se mantiene constante el gasto de líquido, el cambio de temperatura T del líquido que sale, se puede obtener de la siguiente ecuación

$$\tau \frac{dT}{dt} + T = T_i + Rq_i \dots\dots\dots(4.70)$$

En la Figura 40b, se muestra un diagrama de bloques correspondientes a este caso, (Nótese que el sistema comprende dos entradas).

Figura 43: Diagrama de Bloques del Sistema

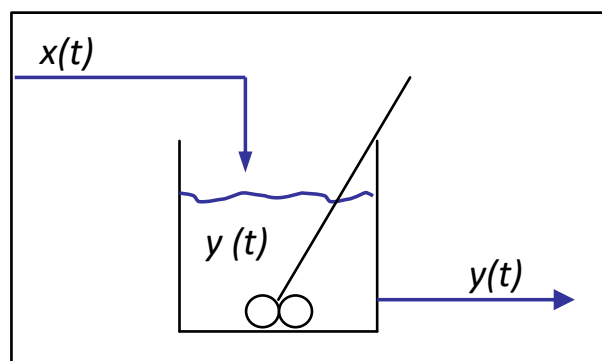


Ejemplo Aplicativo 4.6: Sistema de mezclado.

Considerar un proceso de mezclado en el cual una corriente de solución conteniendo sal disuelta fluye a un flujo volumétrico constante. La concentración de sal en la corriente de entrada X (masa de volumen) varía con el tiempo.

Si desea obtener la función de transferencia que relacione la concentración de salida con la concentración de entrada.

Figura 44: Sistema de mezclado



$$G(s) = Y(s)/X(s) \dots\dots\dots (4.71)$$

Asumiendo que la densidad de la solución permanece constante. La concentración de salida debe ser igual a la concentración de la solución dentro del tanque, puesto que es mezclada.

Analizando el sistema y haciendo un balance de sal:

$$Sal\ que\ entra - Sal\ que\ sale = Sal\ acumulada\ en\ el\ tanque$$

Haciendo un balance de materiales al estado no estacionario tenemos:

$$q_x - q_y = \frac{dVy}{dt}$$

$$q_x - q_y = V \frac{dy}{dt} \dots\dots\dots (4.72)$$

Dónde:

$V =$ constante

$x, y =$ masa de sal / volumen

$q =$ flujo volumétrico

Haciendo un balance de materiales al estado estacionario tenemos:

$$q_x_s - q_y_s = \frac{dVy_s}{dt}$$

$$q_x_s - q_y_s = V \frac{dy_s}{dt} \dots\dots\dots (4.73)$$

Restando (6.72) - (6.73)

$$(q_x - q_x_s) - (q_y - q_y_s) = V \frac{d(y - y_s)}{dt}$$

$$q(x - x_s) - q(y - y_s) = V \frac{d(y - y_s)}{dt} \dots\dots\dots (4.74)$$

Introduciendo las variables de desviación

$$x - x_s = X$$

$$y - y_s = Y$$

La Ec. (6.74) se escribe

$$qX - qY = V \frac{dY}{dt}$$

$$X - Y = \frac{V}{q} \frac{dY}{dt} \dots\dots\dots (4.75)$$

Definiendo la constante de tiempo:

$$\tau = \frac{V}{q} = \frac{\text{Volumen}}{\text{Volumen/Tiempo}} = \text{tiempo} \dots\dots\dots (4.76)$$

$$X - Y = \tau \frac{dY}{dt} \dots\dots\dots (4.77)$$

Aplicando la transformada de Laplace:

$$X(s) - Y(s) = \tau[sY(s) - Y(0)]$$

$$X(s) - Y(s) = \tau s Y(s)$$

$$X(s) = \tau s Y(s) + Y(s)$$

$$X(s) = Y(s)[\tau s + 1]$$

$$G(s) = \frac{Y(s)}{X(s)} = \frac{1}{\tau s + 1} \dots\dots\dots (4.78)$$

Ejemplo Aplicativo 4.7: Sistema de reacción.

Considerar un reactor *CSTR* (Reactor Continuo de Tanque Agitado) donde tiene lugar la reacción siguiente:

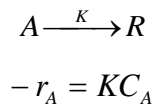
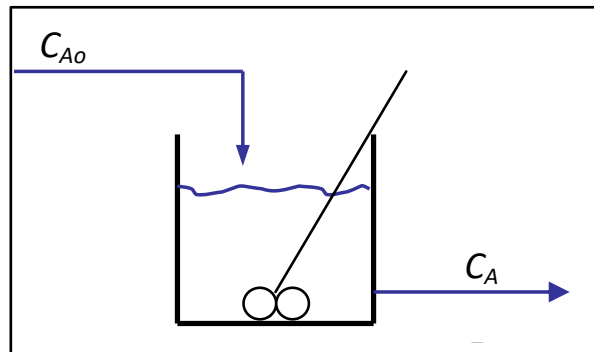


Figura 45: CSTR



Donde:

r_a = velocidad de reacción

K = constante de reacción

C_A = concentración de A

V = volumen del reactor

F = caudal volumétrico de alimentación (constante)

C_{A0} = Concentración inicial de A

N_A = Moles de salida

N_{A0} = Moles de entrada

Considerando que la densidad y volumen son constantes, desarrollar la función de transferencia que relacione la concentración en el reactor con la concentración en la alimentación.

$$G(s) = \frac{C_A(s)}{C_{A0}(s)} \dots\dots\dots (4.79)$$

Haciendo un balance de materiales a condiciones no estacionarios (base reactante límite A)

Entrada = Salida + Desaparición por reacción + Acumulación

$$N_{A0} = N_A + (-r_A)V + \frac{dN_A}{dt} \dots\dots\dots (4.80)$$

$$F_{A0}C_{A0} = F_A C_A + (-r_A V) + V \frac{dC_A}{dt}$$

$$F_{A0}C_{A0} = F_A C_A + KVC_A + V \frac{dC_A}{dt}$$

$$F_{A0}C_{A0} = C_A(F_A + KV) + V \frac{dC_A}{dt}$$

$$\frac{F_{A0}C_{A0}}{F_A + KV} = C_A + \frac{V}{F_A + KV} \frac{dC_A}{dt} \dots\dots\dots (4.81)$$

Definiendo como

$$\tau = \frac{V}{F_A + KV} \text{ y } R = \frac{F_{A0}}{F_A + KV}$$

Luego

$$RC_{A0} = C_A + \tau \frac{dC_A}{dt} \dots\dots\dots (4.82)$$

Haciendo un balance de materiales al estado estacionario.

$$RC_{A0s} = C_{As} + \tau \frac{dC_{As}}{dt} \dots\dots\dots (4.83)$$

Restando (6.82) - (6.83):

$$RC_{A0} - RC_{A0s} = C_A - C_{A0} + \tau \frac{dC_A}{dt} - \tau \frac{dC_{As}}{dt}$$

$$R(C_{A0} - C_{A0s}) = C_A - C_{A0} + \tau \frac{d(C_A - C_{As})}{dt} \dots\dots\dots (4.84)$$

Introduciendo las variables de desviación

$$C_{A0} - C_{A0s} = C_{A0}$$

$$C_A - C_{As} = C_A$$

Luego

$$RC_{A0} = C_A + \tau \frac{dC_A}{dt} \dots\dots\dots(4.85)$$

Tomando la transformada de Laplace

$$RC_{A0}(s) = C_A(s) + \tau[sC_A(s) + C_A(0)] \dots\dots\dots(4.86)$$

$$RC_{A0}(s) = C_A(s) (1 + \tau s)$$

$$G(s) = \frac{C_A(s)}{C_{A0}(s)} = \frac{R}{1 + \tau s} \dots\dots\dots(4.87)$$

CAPITULO V: RESPUESTAS TRANSITORIAS

La respuesta temporal de un sistema de control consta de dos partes: la respuesta transitoria y la respuesta en estado estacionario. Por respuesta en estado estacionario se entiende la forma en que la salida del sistema se comporta cuando el tiempo t tiende al infinito.

El primer paso del análisis de un sistema de control es deducir un modelo matemático del sistema.

En la práctica, la señal de entrada a un sistema de control no puede conocerse con anticipación, ya que es de naturaleza aleatoria y por lo tanto, la entrada instantánea no puede expresarse en forma analítica. Solo en casos especiales se conoce previamente la señal de entrada, que entonces es expresable en forma analítica, o por curvas representativas.

Al analizar y diseñar sistemas de control, se debe disponer de una base para comparar el comportamiento de diversos sistemas de control. Esas bases se pueden establecer especificando determinadas señales especiales de entrada y comparando las respuestas de diversos sistemas.

En general, sabemos que la relación entre la función de transferencia y las señales de entrada y de salida es:

$$G = \frac{Y(s)}{X(s)}$$

y de aquí

$$Y(s) = X(s).G(s)$$

y que

$$y(t) = L^{-1}[X(s).G(s)] = L^{-1}[Y(s)]$$

$X(s)$ se conoce porque es la transformada de Laplace de la perturbación $x(t)$, $y(t)$ se obtiene experimentalmente, registrándose normalmente en forma de gráfico.

Luego el problema es determinado. Su resolución práctica puede hacerse por tanteo, a base de suponer distintas funciones $G(s)$ y calcular la señal de salida $x(t)$ para cada una de ellas. Se van ajustando progresivamente los datos experimentales y los cálculos para $y(t)$ hasta definir suficientemente la transmitancia $G(s)$.

Aunque teóricamente cualquier perturbación de función conocida sería aplicable, se suelen utilizar señales elementales típicas, tales como el impulso unidad, el escalón, la rampa unidad, la función parabólica y la función senoidal. Y, aunque en la práctica las

señales a analizar siempre son mucho más complejas, siempre será posible su descomposición en señales fundamentales elementales, con lo cual, la respuesta será la suma de las respuestas ante estas funciones elementales de excitación.

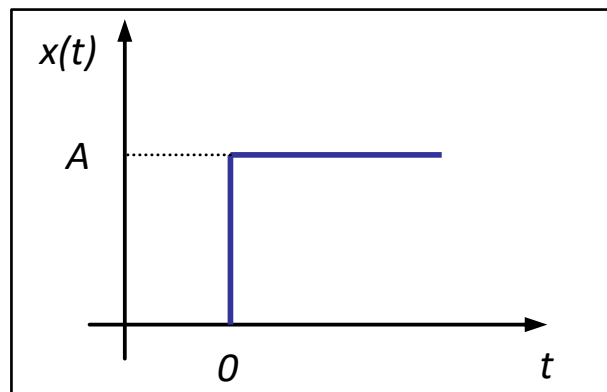
5.1. Funciones elementales de excitación

Las señales de entrada a utilizar para analizar las características de un sistema, depende de la forma de las señales de entrada más habituales a que el sistema estará sometido a condiciones normales de operación. Si las entradas a un sistema de control son funciones que cambian gradualmente en el tiempo, la señal adecuada para una prueba puede ser la señal rampa. En forma similar, si un sistema está sujeto a perturbaciones súbitas, una función escalón en el tiempo puede ser una buena señal de prueba; y para un sistema sujeto a entradas bruscas, la mejor puede ser una función impulso

5.1.1. Función escalón

Sea la función escalón

Figura 46: Función escalón



$$\begin{aligned}
 x(t) &= 0 \quad \text{para } t < 0 \\
 x(t) &= A \text{ para } t > 0 \dots\dots\dots (5.1)
 \end{aligned}$$

Donde A es una constante. Tomando la Transformada de Laplace

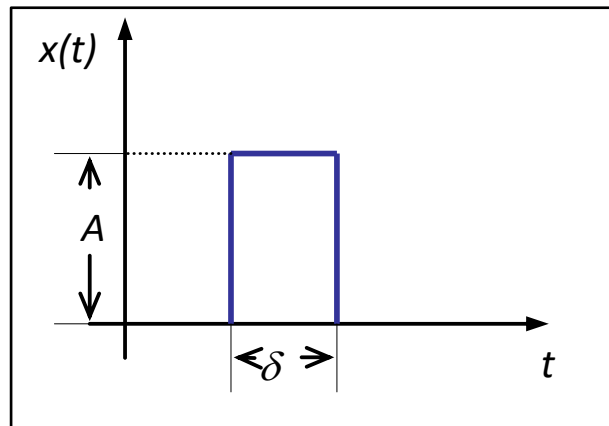
$$X(s) = L[A] = \int_0^{\infty} Ae^{-st} dt = \frac{A}{s} \dots\dots\dots (5.2)$$

Si A = 1 se tiene la función *escalón unidad*. En la Figura 46 puede verse su representación gráfica.

5.1.2. Impulso unidad

La función impulso es un caso especial limitativo de la función pulso. Sea la función impulso

Figura 47: Función impulso



$$x(t) = \lim_{t_0 \rightarrow 0} \frac{A}{t_0} \quad \text{para } 0 < t < t_0$$

$$x(t) = 0 \text{ para } t < 0, t_0 < t \dots \dots \dots (5.3)$$

Como la altura de la función impulso es A/t_0 , el área bajo el impulso es igual a A . A medida que la duración t_0 tiende a cero, la altura A/t_0 tiende a infinito, pero el área cubierta por el impulso permanece igual a A . Nótese que la magnitud de un impulso viene dada por su área. La transformada de Laplace de esta función impulso resulta ser $X(s) = L[f(t)] = A \dots \dots \dots (5.4)$

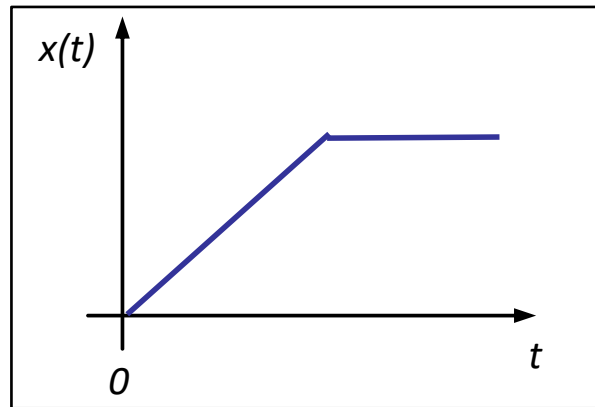
Por lo tanto la transformada de Laplace de una función impulso es igual al área bajo el impulso

La función impulso cuya área es igual a la unidad, recibe el nombre de *función impulso unitario* o *función delta de Dirac*.

5.1.3. Rampa unidad

Sea la función rampa siguiente:

Figura 48: Función rampa



$$x(t) = 0 \quad \text{para } t < 0$$

$$x(t) = At \quad \text{para } t \geq 0 \dots\dots\dots (5.5)$$

Donde A es una constante. La transformada de Laplace de esta función rampa, resulta dada por:

$$X(s) = L[At] = \int_0^{\infty} Ate^{-st} dt = At \frac{e^{-st}}{-s} \Big|_0^{\infty} - \int_0^{\infty} \frac{Ae^{-st}}{-s} dt$$

$$X(s) = \frac{A}{s} \int_0^{\infty} e^{-st} dt = \frac{A}{s^2} \dots\dots\dots (5.6)$$

5.1.4. Función sinusoidal

La transformada de Laplace de la función sinusoidal

$$x(t) = 0 \quad \text{para } t < 0$$

$$x(t) = A \text{ sen} \omega t \quad \text{para } t \geq 0 \dots\dots\dots (5.7)$$

Donde A y ω son constantes, es

$$X(s) = L[A \text{ sen} \omega t] = \frac{A\omega}{s^2 + \omega^2} \dots\dots\dots (5.8)$$

5.2. Análisis temporal de los sistemas de primer orden

Los sistemas de primer orden tienen por función de transferencia general la forma:

$$G(p) = \frac{Y(s)}{X(s)} = \frac{1}{\tau p + 1} \quad \text{en el dominio de } t \dots\dots\dots (5.9)$$

$$G(s) = \frac{Y(s)}{X(s)} = \frac{1}{\tau s + 1} \quad \text{en el dominio de } s \dots\dots\dots (5.10)$$

A continuación se analizarán las respuestas del sistema a entradas como las funciones escalón unitario, impulso unitario y rampa unitaria. Las condiciones iniciales se suponen iguales a cero.

Se hace notar que todos los sistemas que tienen la misma función de transferencia tienen la misma salida como respuesta a la misma entrada. Se puede dar una anticipación física a la respuesta matemática para cualquier sistema físico.

5.2.1. Respuesta a escalón unidad

Para un escalón unitario, de la Ec. (5.2) se tiene $X(s) = \frac{1}{s}$, reemplazando $X(s)$ en la Ec.

(5.10) se tiene:

$$\frac{Y(s)}{X(s)} = \frac{Y(s)}{1/s} = \frac{1}{\tau s + 1}$$

$$Y(s) = \frac{1}{s} \frac{1}{\tau s + 1}$$

Al expandir $Y(s)$ en fracciones parciales se tiene:

$$Y(s) = \frac{1}{s} - \frac{1}{\tau s + 1} \dots\dots\dots (8.11)$$

Tomando la transformada inversa de Laplace de la Ec. (8.11), se obtiene:

$$y(t) = 1 - e^{-t/\tau} (t \geq 0) \dots\dots\dots (8.12)$$

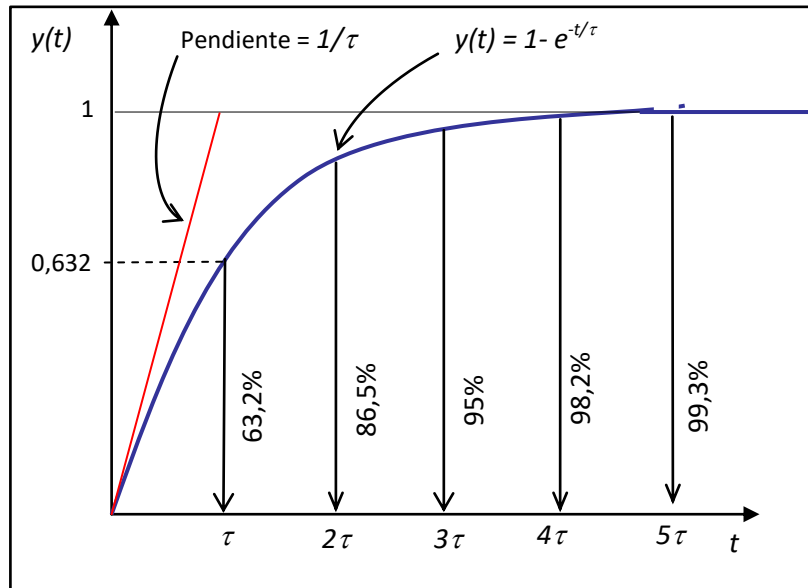
La Ec. (8.12) establece que inicialmente, la salida $y(t)$ es cero y finalmente se convierte en la unidad. Una característica importante de una curva exponencial de respuesta $y(t)$ es que en $t = \tau$ el valor de $y(t)$ es 0,632; o sea que la respuesta $y(t)$ ha alcanzado el 63,2 % de su cambio total, lo cual se puede ver al sustituir $t = \tau$ en $y(t)$. Es decir:

$$y(t) = 1 - e^{-1} = 0,632$$

Nótese que cuanto más pequeña sea la constante de tiempo τ , más rápida es la respuesta del sistema. Otra característica importante de la curva exponencial es que la pendiente de la recta tangente en $t=0$, es $1/\tau$, pues

$$\frac{dy}{dt} = \frac{1}{\tau} e^{-t/\tau} \Big|_{t=0} = \frac{1}{\tau} \dots\dots\dots (8.13)$$

Figura 49: Curva de respuesta exponencial

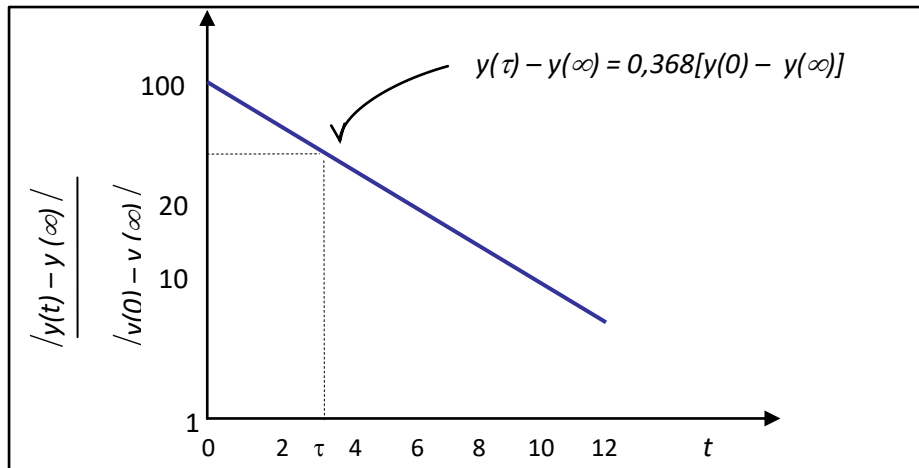


La salida alcanzará el valor final en $t = \tau$, si se mantuviera la velocidad inicial de respuesta. De la Ec. (5.13) se ve que la pendiente de la curva de respuesta $y(t)$ decrece en forma monótona desde $1/\tau$ en $t = 0$ hasta cero en $t = \infty$. La curva de respuesta exponencial $y(t)$ de la Ec.(5.12) aparece en la Figura 49. en un tiempo igual a una constante de tiempo τ la curva exponencial de respuesta ha pasado de 0 a 63,2 % del valor final. En dos constantes de tiempo, la respuesta alcanza 86,5 % de su valor final. Para $t = 3\tau$, 4τ y 5τ , la respuesta alcanza 95 %, 98,2 % y 99,3 % del valor final respectivamente. Así para $t \geq 4\tau$, la respuesta se encuentra dentro del 2 % del valor final. Como se ve en la Ec. (5.12), el estado estacionario se alcanza matemáticamente solo en un tiempo infinito. Sin embargo, en la práctica se obtiene una estimación razonable del tiempo de respuesta, como el tiempo que requiere la curva de respuesta para alcanzar la línea del 2 % de su valor final, o sea cuatro constantes de tiempo.

Considérese el sistema mostrado en la Figura 50. Para determinar en forma experimental si el sistema es de primer orden o no, trace la curva de $\log |y(t) - y(\infty)|$, donde $y(t)$ es la salida del sistema en función de t . Si la curva resulta ser una recta, el sistema es de primer orden. La constante de tiempo τ puede leerse en la gráfica, como el tiempo τ que satisface la siguiente ecuación:

$$y(\tau) - y(\infty) = 0,368 [y(0) - y(\infty)]$$

Figura 50: Diagrama de $|y(t) - y(\infty)| / |y(0) - y(\infty)|$ en función de t en papel semilogarítmico



Nótese que en lugar de trazar $\log|y(t) - y(\infty)| / |y(0) - y(\infty)|$, en función de t , conviene representar $|y(t) - y(\infty)| / |y(0) - y(\infty)|$ en función de t en papel semilogarítmico en la Figura 50.

Teniendo el valor de la constante de tiempo τ , la curva de respuesta dada por la Ec. (5.12), se puede obtener por diferentes métodos:

Dando valores a t y obteniendo los respectivos valores de $y(t)$

Usando un paquete de cálculo (MATLAB), mediante un programa.

Ejemplo Aplicativo 5.1: Sistemas de primer orden

Un termómetro teniendo una constante de tiempo $\tau = 0,1$ min., está a una temperatura en el E.E. de 90°C . En el tiempo $t = 0$, el termómetro es puesto súbitamente en un baño de temperatura mantenida a 100°C . Determinar el tiempo necesario para que el termómetro alcance una temperatura de 98°C .

Solución

$x(t)$ = temperatura del baño

$y(t)$ = temperatura que marca el termómetro

La función de transferencia que relaciona $Y(s)/X(s)$, es

$$G(s) = \frac{Y(s)}{X(s)} = \frac{1}{1 + \tau s}$$

Perturbación: entrada de escalón con $X(s) = A/s$

Reemplazando el valor de $X(s)$. Se tiene

$$Y(s) = \frac{A}{s} \frac{1}{1 + \tau s} = \frac{A}{s} - \frac{1}{s + 1/\tau}$$

Invirtiendo

$$y(t) = A - Ae^{-t/\tau} = A(1 - e^{-t/\tau}) \dots\dots\dots (a)$$

Sabemos que:

$$y(t) = y - y_s = 98 - 90 = 8 \text{ }^\circ\text{C}$$

$$A = 10; \quad \tau = 0,1$$

Luego reemplazando en (a)

$$8 = 10(1 - e^{-t/0,1})$$

$$t = 0,161 \text{ min.}$$

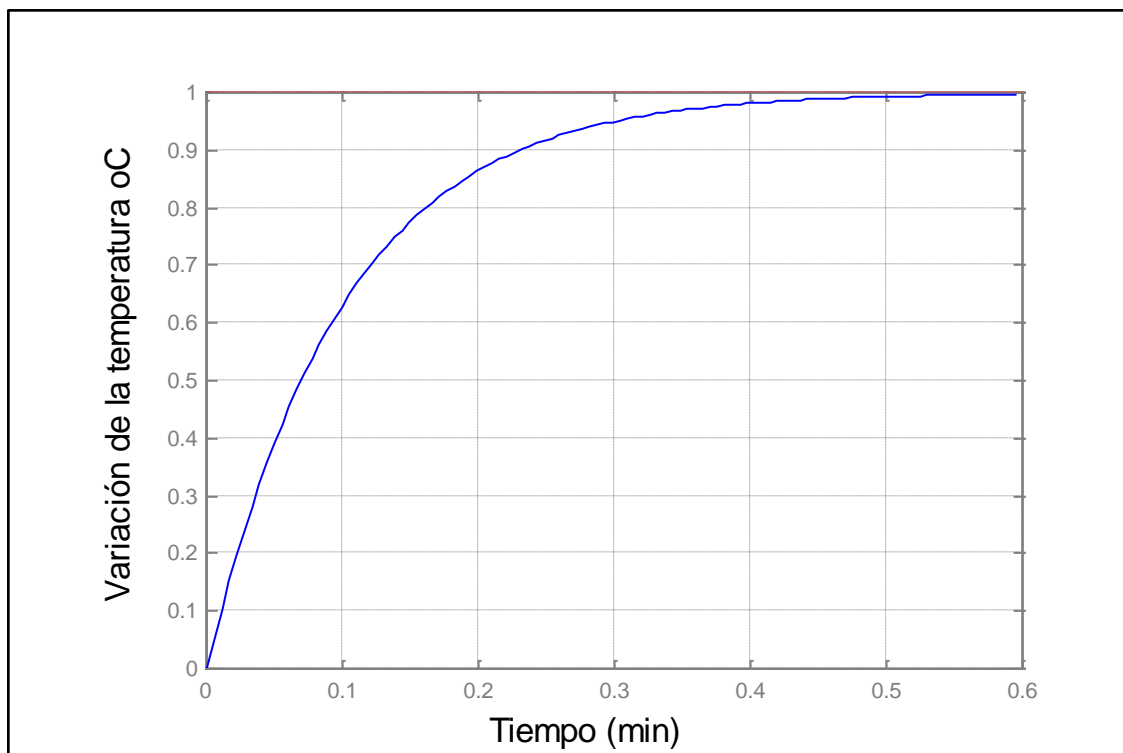
Uso de MATLAB La respuesta del sistema (termómetro) ante una entrada escalón unitario se puede obtener con el siguiente programa:

```

» %-----Respuesta a un escalón unitario-----
» %Introduzca el numerador y el denominador de la Func.deTransf.
» num=[0 1];
» den=[0.1 1];
» %***Introduzca la siguiente orden de respuesta a un escalón***
» step(num,den)
» grid
» xlabel('Tiempo (min)')
» ylabel('Variación de la temperatura °C')

```

Figura 51: Respuesta a un escalón unitario de una función de transferencia de primer orden



Ejemplo Aplicativo 5.2: Sistemas de segundo orden

Obtener la respuesta a una entrada de escalón para un sistema cuya función de transferencia es:

$$G(s) = \frac{C(s)}{R(s)} = \frac{25}{s^2 + 4s + 25}$$

Solución

El programa en MATLAB siguiente dará una gráfica de la respuesta a un escalón (salto) unitario de este sistema. Cuya gráfica se muestra en la Figura 52.

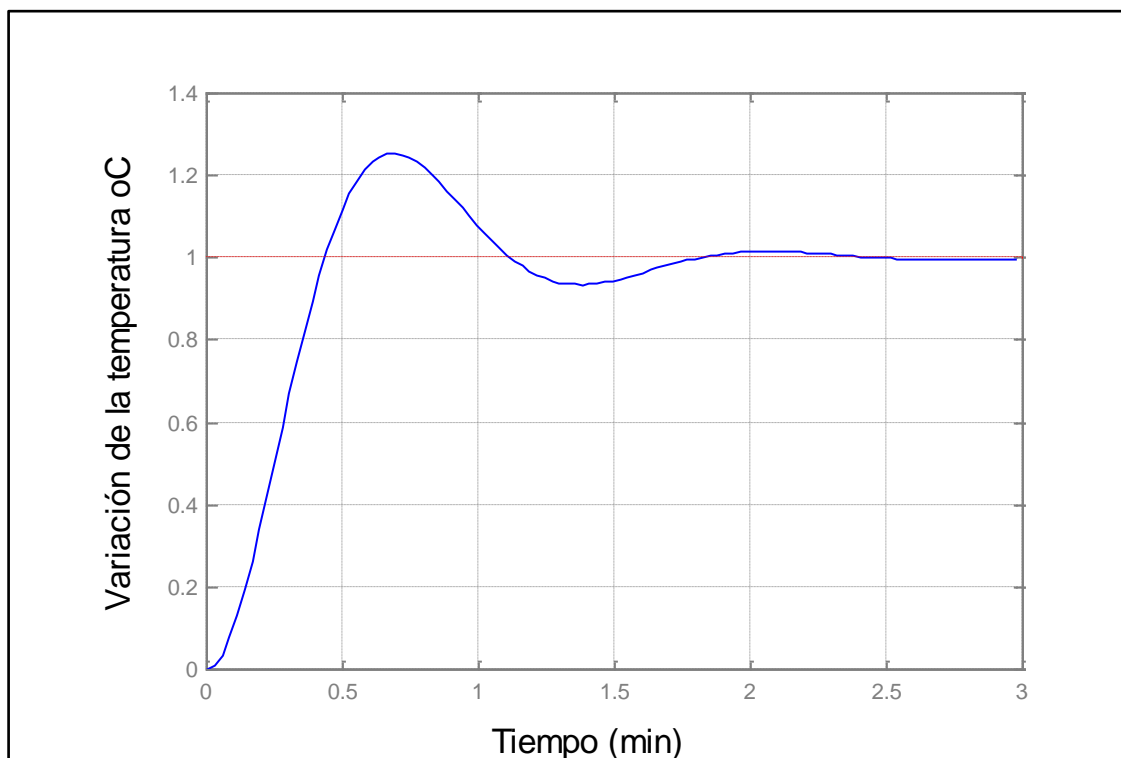
```

» %Respuesta a un escalón unitario
» %Introduzca el numerador y el denominador
» %de la función de transferencia
» num=[0 0 25];
» den=[1 4 25];
» %Introduzca la orden de un escalón
» step(num,den)
» grid
»

```

Nota: se debe dar las unidades del tiempo en el eje x y de la salida en el eje y. En este caso por defecto coloca amplitud de la salida y el tiempo en segundos

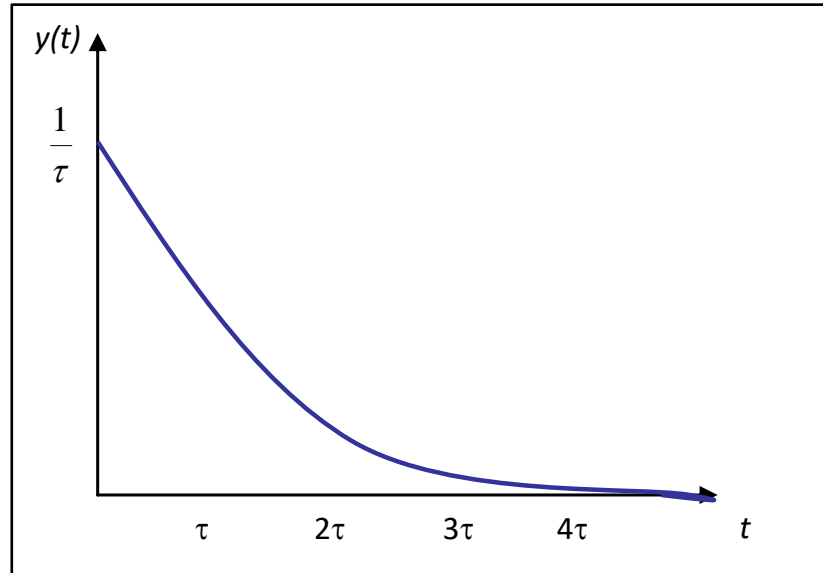
Figura 52: Respuesta a un escalón unitario de una función de transferencia de segundo orden



5.2.2. Respuesta a impulso unidad

Ejemplo, apertura súbita de una válvula, se le mantiene abierta en un periodo corto y luego se cierra a su posición original.

Figura 53: Respuesta de un sistema de primer orden a un impulso unitario



De la Ec. (5.4) para un impulso unidad se tiene

$$X(s) = 1 \dots\dots\dots (5.14)$$

Reemplazando la Ec. (5.14) en la Ec. (5.10) se tiene

$$Y(s) = \frac{1}{\tau s + 1} \dots\dots\dots (5.15)$$

Tomando la transformada inversa a la Ec. (5.12)

$$y(t) = L^{-1}\left(\frac{1}{\tau s + 1}\right) = \frac{1}{\tau} L^{-1}\left(\frac{1}{s + 1/\tau}\right) = \frac{1}{\tau} e^{-(t/\tau)t} \dots\dots\dots (5.16)$$

Ejemplo Aplicativo 5.3: Respuesta de un termómetro

Determinar la respuesta a un impulso unitario del termómetro dado en el Ejemplo 5.1 (variación súbita de la temperatura del baño e inmediatamente vuelto a su valor inicial)

Solución

La idea básica es que, cuando las condiciones iniciales son cero, la respuesta a un impulso unitario de $G(s)$ es la misma que la respuesta a un escalón unitario de $sG(s)$

Considere la respuesta a un impulso unitario del siguiente sistema:

$$G(s) = \frac{Y(s)}{X(s)} = \frac{1}{\tau s + 1}$$

Como $X(s) = 1$ para la entrada impulso unitario tenemos

$$G(s) = \frac{Y(s)}{X(s)} = \frac{1}{\tau s + 1} = \left(\frac{s}{\tau s + 1} \right) \frac{1}{s}$$

Podemos así convertir la respuesta a un impulso unitario de $G(s)$ en la respuesta a un salto unitario de $s.G(s)$.

Para el termómetro se tiene

$$G(s) = \frac{Y(s)}{X(s)} = \left(\frac{s}{0,1s + 1} \right) \frac{1}{s}$$

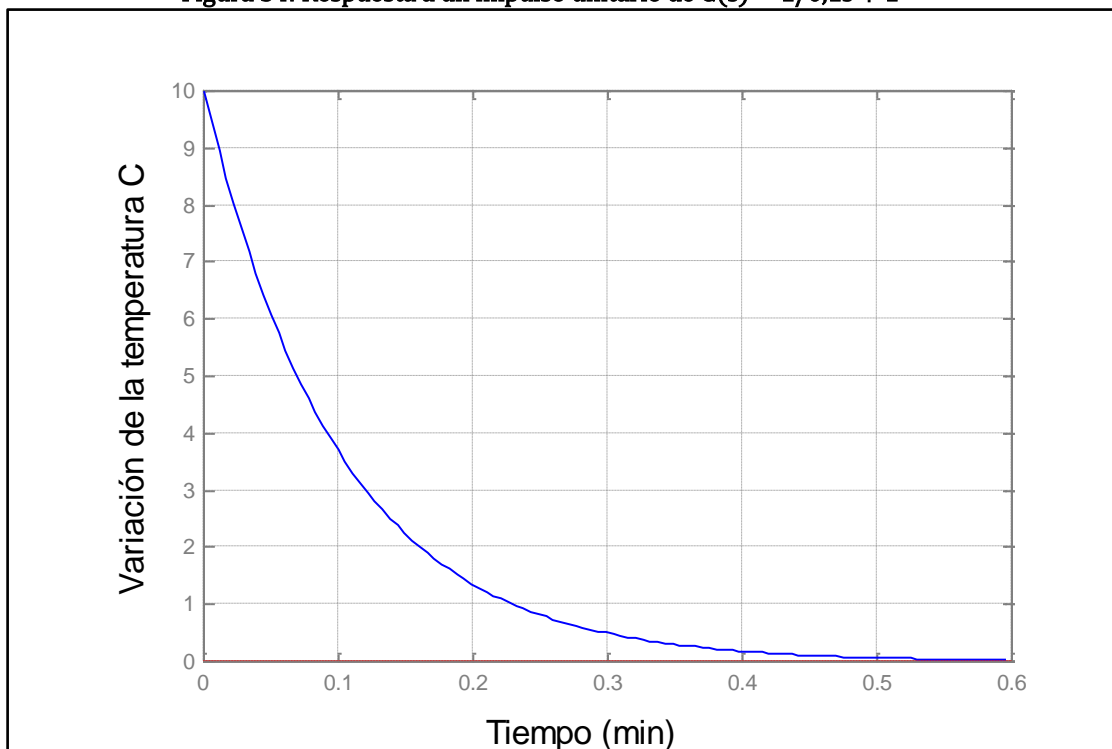
Si introducimos el numerador y denominador en el programa MATLAB

```

» %-----Respuesta a un impulso unitario-----
» %Para obtener la respuesta a un impulso unitario de un sistema
» % de primer orden  $G(s) = 1/(0.1s + 1)$ , multiplicar
» % s por  $G(s)$  y utilizar la orden de respuesta a un
» %escalón unitario
» %Introduzca el numerador y el denominador de la func. deTransf.
» %***Introduzca la siguiente orden de respuesta a un
escalón***
» num=[1 0];
» den=[0.1 1];
» step(num,den)
» grid
» xlabel('Tiempo (min)')
» ylabel('Variación de la temperatura C')
    
```

Se obtiene la respuesta del sistema a un impulso unitario como muestra la Figura 54.

Figura 54: Respuesta a un impulso unitario de $G(s) = 1/0,1s + 1$



Ejemplo Aplicativo 5.4: Respuesta de un sistema de segundo orden

Sea la respuesta a un impulso unitario del sistema de segundo orden

$$\frac{C(s)}{R(s)} = G(s) = \frac{1}{s^2 + 0,2s + 1}$$

Para la entrada impulso unitario se tiene

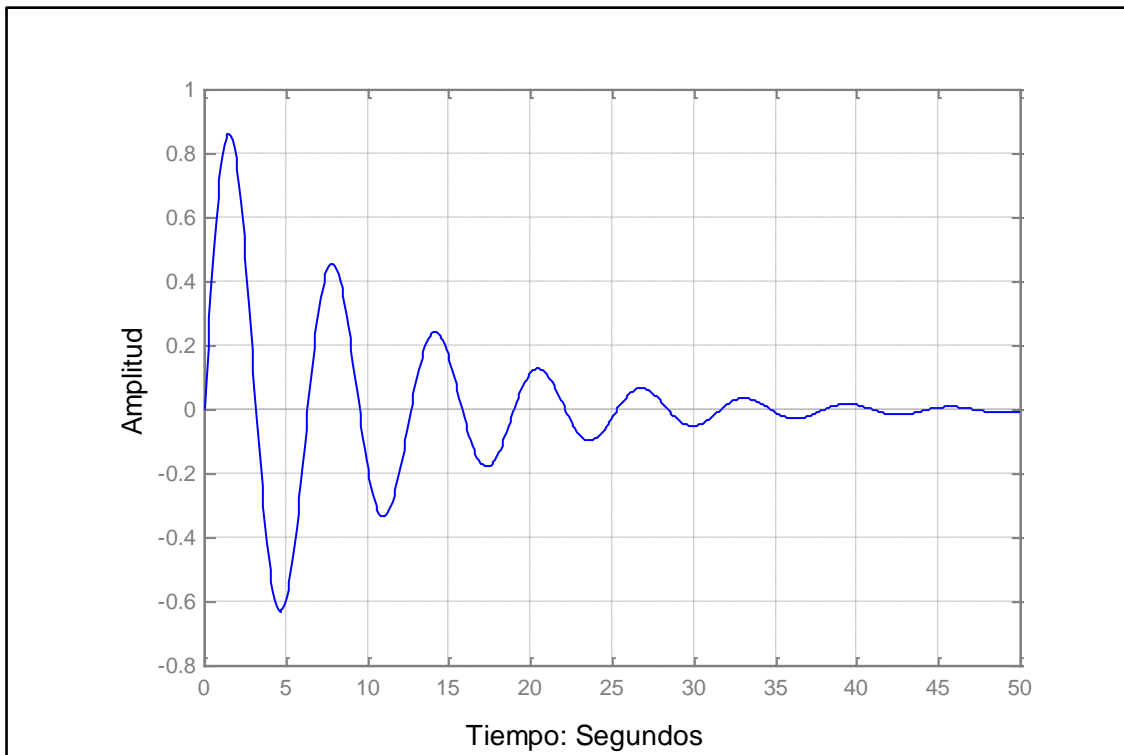
$$\frac{C(s)}{R(s)} = G(s) = \frac{1}{s^2 + 0,2s + 1} = \frac{s}{s^2 + 0,2s + 1} \frac{1}{s}$$

```

» num=[0 1 0];
» den=[1 0.2 1];
» t=0:0.1:50;
» step(num,den,t)
» grid
»

```

Figura 55: Respuesta a un impulso unitario de un sistema de segundo orden



5.2.3. Respuesta a entrada en rampa

Ejemplo, apertura gradual de una válvula.

De la Ec. (5.6) para una rampa unitaria se tiene

$$X(s) = \frac{1}{s^2} \dots\dots\dots (8.17)$$

Reemplazando la Ec. (5.17) en la Ec. (5.10) se tiene

$$Y(s) = \frac{1}{s^2} \frac{1}{1 + \tau s} \dots\dots\dots (8.18)$$

Al expandir en fracciones parciales se obtiene

$$Y(s) = \frac{1}{s^2} - \frac{\tau}{s} + \frac{\tau^2}{1 + \tau s} \dots\dots\dots (8.19)$$

Tomando la transformada inversa de Laplace de la Ec. (8.19), se obtiene

$$y(t) = t - \tau + \tau e^{-t/\tau} \quad (t \geq 0) \dots\dots\dots (8.20)$$

Entonces, la señal de error $e(t)$ es

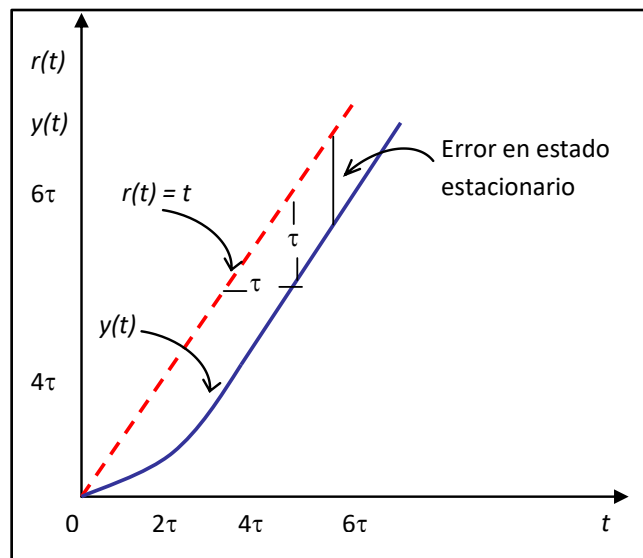
$$e(t) = r(t) - y(t) \\ = \tau (1 - e^{-t/\tau})$$

Donde $r(t)$ es la señal de entrada

Cuando t tiende a infinito, $e^{-t/\tau}$ tiende a cero, y entonces la señal de error $e(t)$ tiende a τ , o bien $e(\infty) = \tau$

La entrada rampa unitaria y la salida del sistema están representadas en la Figura 56. El error al seguir la entrada rampa unitaria es igual a τ para una t suficientemente grande. Cuanto más pequeño sea la constante de tiempo τ , menor será el error en estado estacionario al seguir la entrada rampa.

Figura 56: Respuesta de un sistema de primer orden a una rampa unitaria



Ejemplo Aplicativo 5.5: Respuesta de un termómetro

Ahora considere que la temperatura del baño en el termómetro varía gradualmente aumentando su valor (entrada en rampa). Determine como varía la temperatura que indica el termómetro.

Solución

Para obtener la respuesta a una entrada en rampa de la función de transferencia del sistema $G(s)$, se divide $G(s)$ por s y se utiliza la orden de respuesta a un escalón. Para el termómetro se tiene:

$$G(s) = \frac{Y(s)}{X(s)} = \frac{1}{0,1s + 1}$$

Para una entrada en rampa unitaria se tiene: $X(s) = 1/s^2$. por tanto

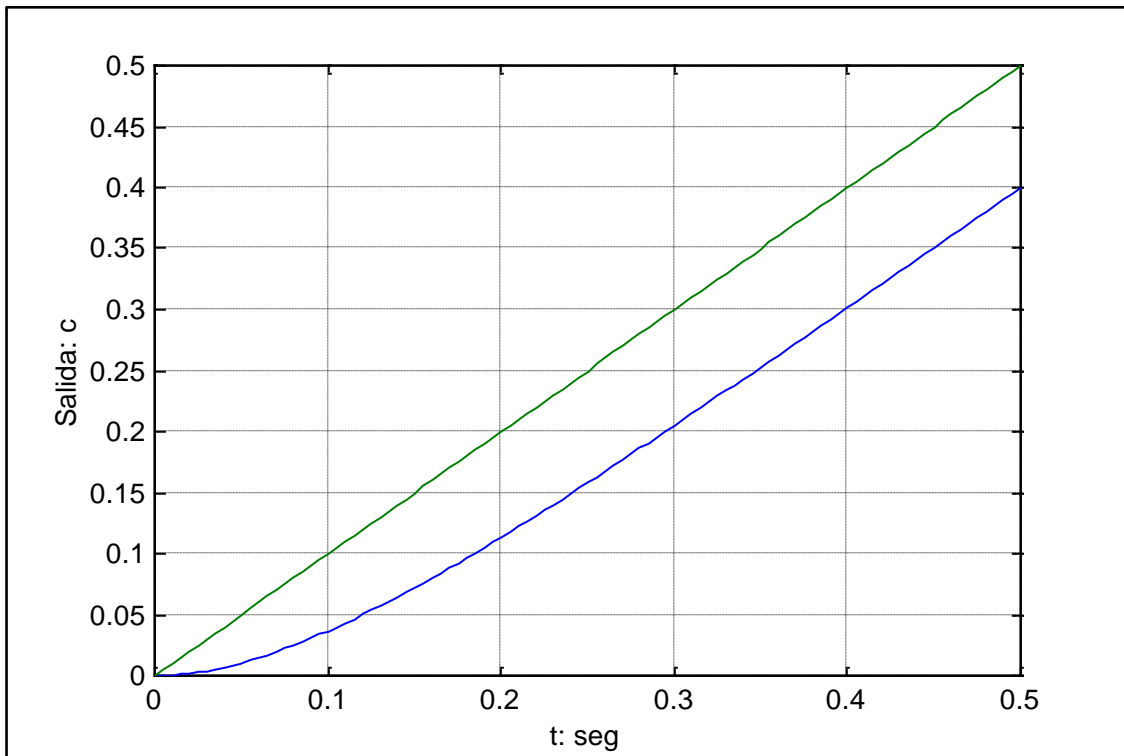
$$Y(s) = \frac{1}{0,1s + 1} \frac{1}{s^2} = \frac{1}{(0,1s + s)s} \frac{1}{s} \text{ OJO}$$

Para tener la respuesta a una entrada en rampa unitaria, se introduce el siguiente numerador y denominador en el programa MATLAB,

```
num = [0 0 1]
```

```
den = [0.1 1 0]
```

Figura 57: Respuesta del termómetro a una rampa unitaria



```

» %-----Respuesta a una entrada en rampa unitaria-----
» %La respuesta a una entrada unitaria en rampa se obtiene
como
» %la respuesta a un escalón unitario de G(s)/s por G(s)
» % y utilizar la orden de respuesta a un escalón unitario
» %Introduzca el numerador y el denominador de G(s)/s

» num=[0 0 1];
» den=[0.1 1 0];

» %***Especifique los instantes de tiempo de cálculo (tales
como
» %t=0:0.005:0.5***
» %A continuación introduzca la orden de respuesta
» %a un salto unitario step(num,den)

» t=0:0.005:0.5;
» c=step(num,den,t);

» %Al representar la respuesta a una rampa, añada a la gráfica
» %la entrada de referencia es t. Incluya como argumentos
» %de la orden plot lo siguiente: t,t, '-', la orden plot en
este
» %caso es como sigue: plot(t,c,'-',t,t, '-')

» plot(t,c,'-',t,t, '-')

» grid
» xlabel('Tiempo (min)')
» ylabel('Variación de la temperatura C')

```

Ejemplo Aplicativo 5.6 Respuesta de un sistema de segundo orden

Sea el sistema de lazo cerrado $\frac{C(s)}{R(s)} = \frac{1}{s^2 + s + 1}$

Para una entrada en rampa unitaria se tiene $R(s) = 1/s^2$. Por tanto

$$\frac{C(s)}{R(s)} = \frac{1}{s^2 + s + 1} \frac{1}{s^2} = \frac{1}{(s^2 + s + 1)s} \frac{1}{s}$$

Para obtener la respuesta a una entrada en rampa unitaria, introduzca el siguiente numerador y denominados en el programa MATLAB

```

num = [0 0 0 1];
den = [1 1 1 0];

```

y utilice la orden de respuesta a un escalón. El programa es:

```

» num=[0 0 0 1];
» den=[1 1 1 0];
» t=0:0.17:7;
» c=step(num,den,t);

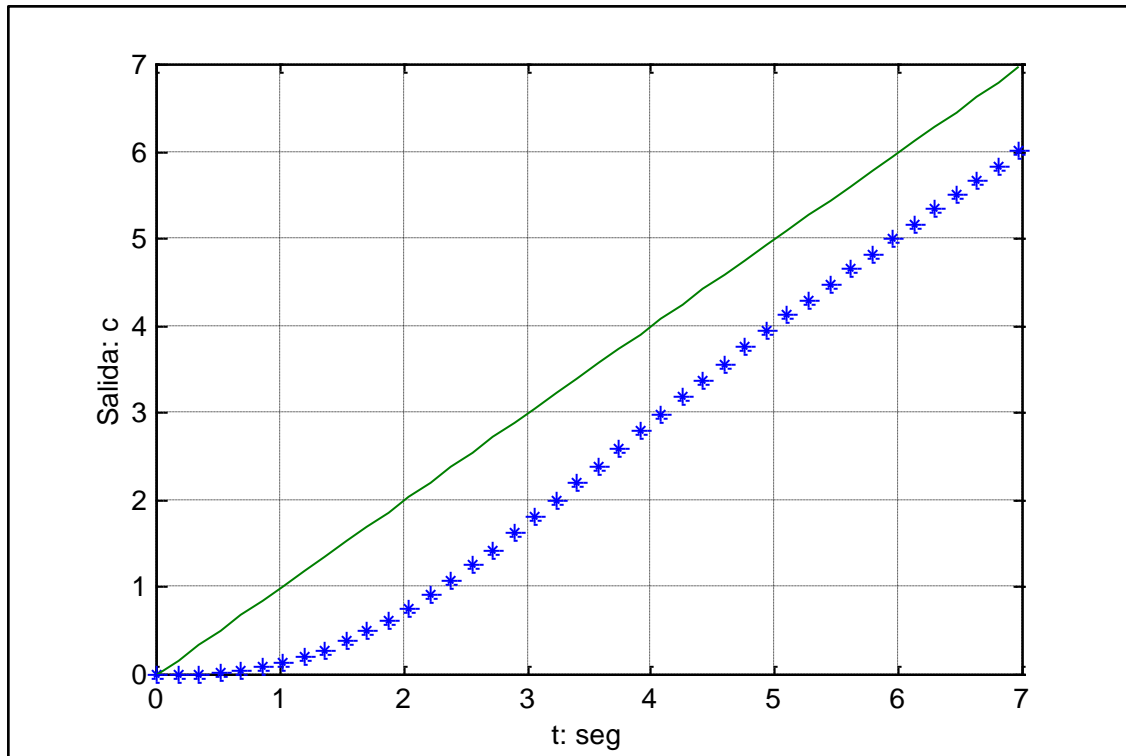
```

```

» plot(t,c,'*',t,t,'-')
» grid
» ylabel('Salida: c')
» xlabel('t: seg')

```

Figura 58: Respuesta de un sistema de segundo orden a una rampa unitaria



5.2.4. Propiedades de los sistemas lineales invariantes en el tiempo

En comparación de la respuesta del sistema con las tres entradas vistas anteriormente, se indica claramente que la respuesta a la derivada de una señal de entrada se puede obtener al diferenciar la respuesta del sistema a la señal original. También se puede ver que la respuesta a la integral de la señal original se puede obtener integrando la respuesta del sistema a la señal original, y las constantes de integración se determinan a partir de la condición inicial de salida, cero. Esta es una propiedad de los sistemas lineales variables en el tiempo. Y los sistemas no lineales no poseen esta propiedad.

5.3. Respuesta de sistemas de primer orden en serie

Muchas veces un sistema físico puede representarse por varios procesos de primer orden conectados en serie. Para ilustrar este tipo de sistemas, considerar los sistemas de nivel de líquido mostrados en la Figura 58, en la cual dos tanques son arreglados de tal manera que la salida del primer tanque es la entrada al segundo tanque.

Dos posibles arreglos de tubería son mostrados en la Figura 58. En la Figura 58 la salida del tanque 1 se descarga directamente en la atmósfera antes de ingresar en el tanque

2 y el flujo a través de R_1 depende solamente de h_1 . La variación en h_2 en el tanque 2 no afecta la respuesta transitoria que ocurre en el tanque 1. Este tipo de sistemas es conocido como un sistema *no interactuante*. De otro lado, el sistema mostrado en la Figura 58 es denominado a ser *interactuante* debido a que el flujo a través de R_1 ahora depende de la diferencia entre h_1 y h_2

5.3.1. Sistema no interactuante

Para el ejemplo previo de nivel de líquido, asumimos que la densidad del líquido es constante, que el tanque tiene un área de sección transversal uniforme, y la resistencia al flujo es lineal. Nuestro problema es encontrar una función de transferencia la cual relacione h_2 a q , esto es, $H_2(s)/Q(s)$. Se debe obtener una función de transferencia para cada tanque, $Q_1(s)/Q(s)$ y $H_2(s)/Q_1(s)$, mediante un balance de masa el E.N.E. alrededor de cada tanque; estas funciones de transferencia serán luego combinadas para eliminar el flujo intermedio $Q_1(s)$ y producir la función de transferencia deseada.

Un balance en el tanque 1 da:

$$q - q_1 = A_1 \frac{dh_1}{dt} \dots\dots\dots (8.21)$$

Un balance en el tanque 2 da

$$q_1 - q_2 = A_2 \frac{dh_2}{dt} \dots\dots\dots (8.22)$$

Las relaciones entre el flujo y el nivel dadas por las resistencias lineales son

$$q_1 = \frac{h_1}{R_1} \dots\dots\dots (8.23)$$

$$q_2 = \frac{h_2}{R_2} \dots\dots\dots (8.24)$$

Combinando las Ecs. (5.21) y (5.22) de la misma manera como se ha hecho en el Cap. 6 e introduciendo las variables de desviación da la función de transferencia para el tanque 1:

$$\frac{Q_1(s)}{Q(s)} = \frac{1}{\tau_1 s + 1} \dots\dots\dots (8.25)$$

Donde $Q_1 = q_1 - q_{1s}$, $Q = q - q_s$, y $\tau_1 = R_1 A_1$.

En la misma manera, combinamos las Ecs. (5.22) y (5.24) para obtener la función de transferencia para el tanque 2

$$\frac{H_2(s)}{Q_1(s)} = \frac{R_2}{\tau_2 s + 1} \dots\dots\dots (8.26)$$

Donde $H_2 = h_2 - h_{2s}$, y $\tau_2 = R_2 A_2$.

Teniendo la función de transferencia para cada tanque, podemos obtener la función de transferencia total $H_2(s)/Q(s)$ multiplicando las Ecs. (5.25) y (5.26) para eliminar $Q_1(s)$:

$$\frac{H_2(s)}{Q(s)} = \frac{1}{(\tau_1 s + 1)} \frac{R_2}{(\tau_2 s + 1)} \dots\dots\dots(8.27)$$

Notar que la función de transferencia total Ec, (5.27), es el producto de dos funciones de transferencia de primer orden, cada una de las cuales es la función de transferencia de un tanque simple operando independientemente del otro. En el caso del sistema interactuante de la Figura 58, la función de transferencia total no puede ser encontrada por una simple multiplicación de las funciones de transferencia de los tanques. Esto será analizado posteriormente.

Ejemplo Aplicativo 5.7: Tanques no interactuantes

Dos tanques no interactuantes son conectados en serie como muestra la Figura 59. Las constantes de tiempo son $\tau_1 = 0,5$ y $\tau_2 = 1$; $R_2 = 1$. Esbozar la respuesta del nivel en el tanque 2 si el flujo de entrada al tanque 1 cambia en una unidad de escalón.

Solución

La función de transferencia de este sistema es dada en la Ec. (8.27) y (8.28)

$$\frac{H_2(s)}{Q(s)} = \frac{1}{(\tau_1 s + 1)} \frac{R_2}{(\tau_2 s + 1)} \dots\dots\dots(5.28)$$

Para un cambio de una unidad de escalón en Q , se obtiene

$$H_2(s) = \frac{1}{s} \frac{R_2}{(\tau_1 s + 1)(\tau_2 s + 1)} \dots\dots\dots(5.29)$$

Invirtiendo la Ec. (5.29) y reemplazando los valores de τ_1 , τ_2 y R se tiene

$$h_2(t) = [1 - (2e^{-t} - e^{-2t})] \dots\dots\dots(5.30)$$

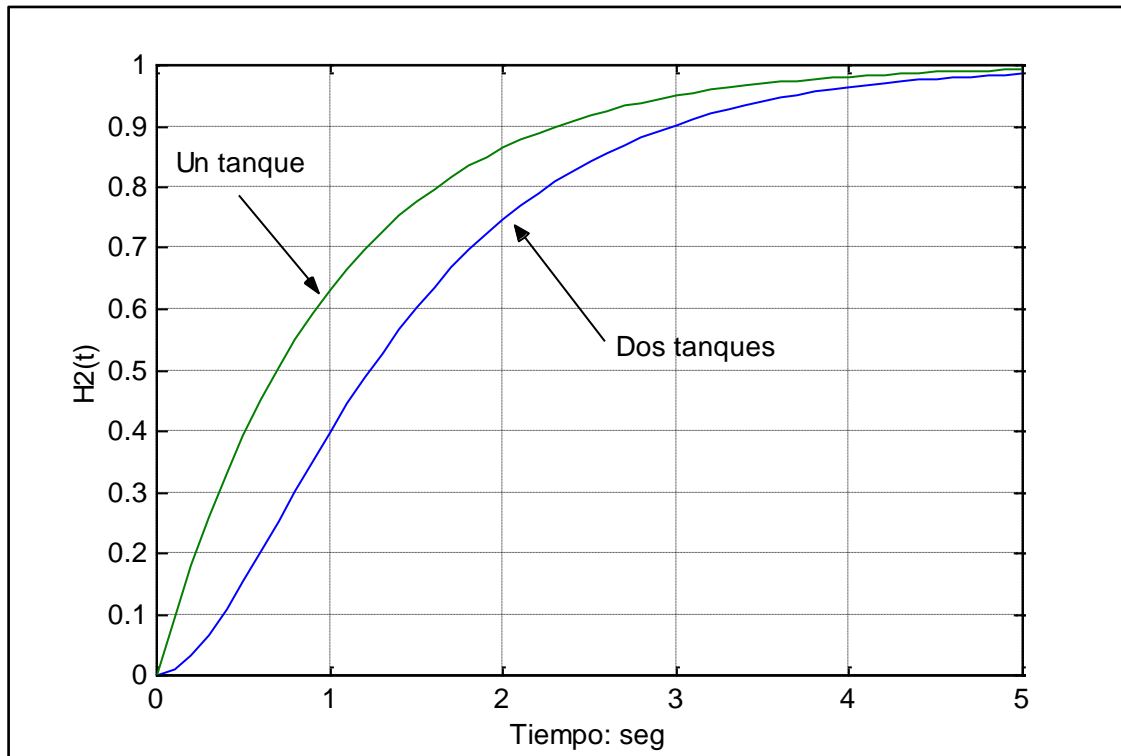
Dando valores a t en la Ec. (5.29), se obtienen los valores de $h_2(t)$

Así mismo, reemplazando valores en la Ec. (5.29) se tiene

$$H_2(s) = \left[\frac{1}{0,5s^2 + 1,5s + 1} \frac{1}{s} \right] \dots\dots\dots(5.31)$$

El programa en MATLAB siguiente dará una gráfica de la respuesta a un escalón (salto) unitario de este sistema. Cuya gráfica se muestra en la Figura 59.

Figura 59: Respuesta transitoria del sistema de nivel de líquido



```

» %Respuesta a un escalón unitario
» %para dos tanques no interactuantes
» num1=[0 0 1];
» den1=[0.5 1.5 1];
» %Para un solo tanque (el tanque 2)
» num2=[0 1];
» den2=[1 1];
» t=0:0.1:5;
» [y1,x1,t]=step(num1,den1,t);
» [y2,x2,t]=step(num2,den2,t);
» plot(t,y1,'-',t,y2,'-')
» xlabel('Tiempo: seg')
» ylabel('H2(t)')
» grid
    
```

5.3.2. Generalización de varios sistemas no interactuantes

Habiendo observado que la función de transferencia total para dos sistemas de primer orden no interactuantes conectados en serie es simplemente el producto de las funciones de transferencia individuales, podemos ahora generalizar para n sistemas de primer orden no interactuantes.

El diagrama de bloques es equivalente a las relaciones

$$\frac{X_1(s)}{X_o(s)} = \frac{k_1}{\tau_1 s + 1}$$

$$\frac{X_2(s)}{X_1(s)} = \frac{k_2}{\tau_2 s + 1}$$

$$\frac{X_n(s)}{X_{n-1}(s)} = \frac{k_n}{\tau_n s + 1}$$

Para obtener la función de transferencia total, simplemente multiplicamos las funciones de transferencia individuales; luego

$$\frac{X_n(s)}{X_o(s)} = \prod_{i=1}^n \frac{k_i}{\tau_i s + 1} \dots\dots\dots(5.32)$$

Del Ejemplo 5.7, notamos que la respuesta a un escalón de un sistema consistente de dos sistemas de primer orden tiende a la forma de S, esto se debe a la *demora de transferenci*ay está presente cuando se conectan en serie dos o más sistemas de primer orden.

5.3.3. Sistemas interactuantes

Para ilustrar un sistema interactuante, derivaremos la función de transferencia para el sistema mostrado en la Figura 60. el análisis comienza escribiendo los balances de masa para los tanques como en el caso de no interactuantes. Los balances en los tanques 1 y 2 son los mismos y están dados por las Ecs. (8.21) y (8.22). Sin embargo la relación de flujo a nivel para el tanque 1 es ahora

$$q_1 = \frac{1}{R_1}(h_1 - h_2) \dots\dots\dots(5.33)$$

La relación de flujo a nivel para R_2 es la misma del caso anterior y esta expresada por la Ec. (5.24). Una vía simple para combinar las Ecs. (5.21), (5.22), (5.24), y (5.33) es expresándolas primero en términos de las variables de desviación, transformar las ecuaciones resultantes, y luego combinar las ecuaciones transformadas para eliminar las variables no deseadas.

Al estado estacionario, las Ecs. (5.21) y (5.22) pueden escribirse

$$q_s - q_{1s} = 0 \dots\dots\dots(5.34)$$

$$q_{1s} - q_{2s} = 0 \dots\dots\dots(5.35)$$

Restando laEc. (5.34) de la Ec. (5.21) y la Ec. (5.35) de la Ec. (5.22) e introduciendo las variables de desviación da

$$Q - Q_1 = A_1 \frac{dH_1}{dt} \dots\dots\dots(5.36)$$

$$Q_1 - Q_2 = A_2 \frac{dH_2}{dt} \dots\dots\dots(5.36)$$

Expresando las Ecs. (5.33) y (5.24) en términos de las variables de desviación da:

$$Q_1 = \frac{H_1 - H_2}{R_1} \dots\dots\dots (5.38)$$

$$Q_2 = \frac{H_2}{R_2} \dots\dots\dots (5.39)$$

Transformando las Ecs. (5.36) a la (5.39) de

$$Q(s) - Q_1(s) = A_1 s H_1(s) \dots\dots\dots (5.40)$$

$$Q_1(s) - Q_2(s) = A_2 s H_2(s) \dots\dots\dots (5.41)$$

$$R_1 Q_1(s) = H_1(s) - H_2(s) \dots\dots\dots (5.42)$$

$$R_2 Q_2(s) = H_2(s) \dots\dots\dots (5.43)$$

El análisis ha producido cuatro ecuaciones algebraicas conteniendo cinco incógnitas: (Q , Q_1 , Q_2 , H_1 y H_2). Estas ecuaciones se pueden combinar para eliminar Q_1 , Q_2 , y H_1 y llegar a la función de transferencia deseada:

$$\frac{H_2(s)}{Q(s)} = \frac{R_2}{\tau_1 \tau_2 s^2 + (\tau_1 + \tau_2 + A_1 R_2) s + 1} \dots\dots\dots (5.44)$$

Notar que el producto de las funciones de transferencia para los tanques operando separadamente, Ecs. (5.25) y (5.26), no produce el resultado correcto para el sistema interactuante. La diferencia entre la función de transferencia para el sistema no interactuante, Ec. (5.27), y el sistema interactuante, Ec. (5.44), es la presencia del término $A_1 R_2$ en el coeficiente de s .

Ejemplo Aplicativo 5.8: Tanques interactuantes

El término interactuante es a menudo referido como una *carga*. El segundo tanque de la Fig. 5.14b se dice *carga* al primer tanque.

Reemplazando valores en la Ec. (5.44) se tiene

$$\frac{H_2(s)}{Q(s)} = \frac{1}{s^2 + 3s + 1} \dots\dots\dots (5.45)$$

Y la respuesta para un escalón unitario es

$$H_2(s) = \frac{1}{s} \frac{1}{s^2 + 3s + 1} \dots\dots\dots (5.46)$$

Para este ejemplo, vemos que el efecto de la interacción ha sido el cambio efectivo de las constantes de tiempo del sistema interactuante. Graficando para el sistema no interactuante, Ec. (5.31) y el sistema con interacción, Ec. (5.46) se tiene

```

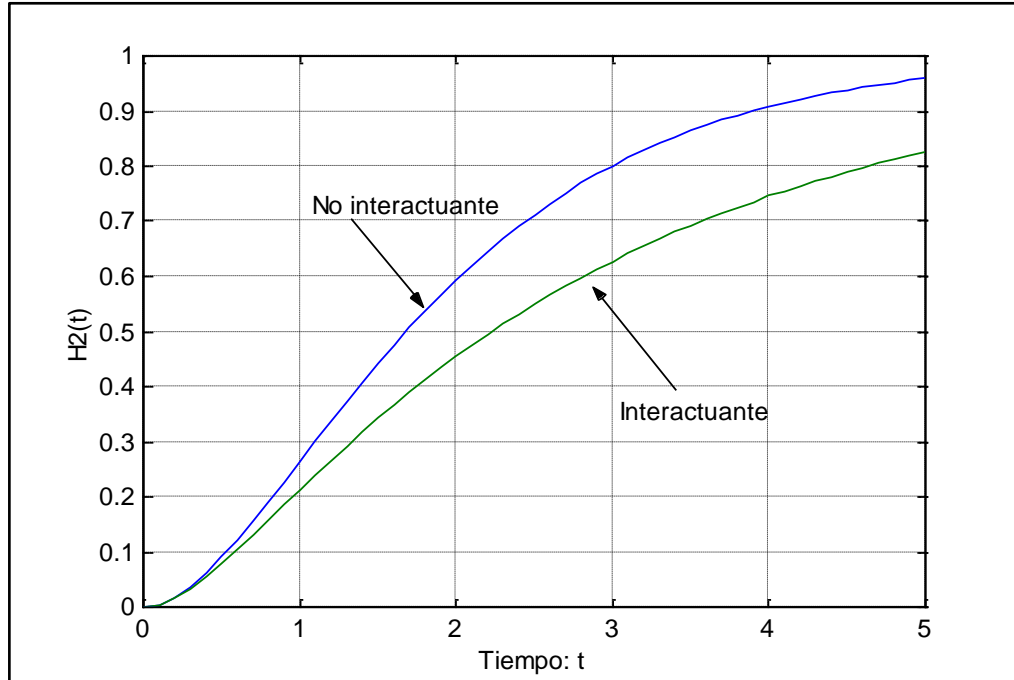
» num1=[0 0 1];
» den1=[1 2 1];
» num2=[0 0 1];
» den2=[1 3 1];
» [y1,x1,t]=step(num1,den1,t);
    
```

```

» [y2,x2,t]=step(num2,den2,t);
» plot(t,y1,'-',t,y2,'-')
» grid
» xlabel('Tiempo: t')
» ylabel('Salida: H2(t)')

```

Figura 60: Efecto de la interacción para dos tanques



5.4. Definición de los parámetros de respuesta transitoria

En muchos casos prácticos, las características del comportamiento deseado de sistemas de control están especificadas en términos de magnitudes en el dominio del tiempo. Los sistemas que almacenan energía no pueden responder instantáneamente y presentan respuestas transitorias toda vez que son sometidos a entradas o perturbaciones. Las características de desempeño de un sistema de control con frecuencia se especifican en términos de la respuesta a una entrada de escalón unitario, porque es fácil generarla y es lo suficientemente drástica. (Si se conoce la respuesta a un escalón de entrada, es posible calcular en forma matemática la respuesta ante cualquier entrada).

La respuesta de un sistema ante una entrada escalón unitario depende de las condiciones iniciales. Al comparar respuestas transitorias de diversos sistemas por conveniencia se suele utilizar la condición inicial normal de que el sistema está en reposo al principio, y que por tanto, todas las derivadas son cero. Entonces se pueden comparar fácilmente las características de respuesta.

La respuesta transitoria de un sistema de control práctico con frecuencia presenta oscilaciones amortiguadas antes de alcanzar el estado estacionario. Al especificar las características de respuesta transitoria de un sistema de control a una entrada escalón unitario, es común especificar lo siguiente:

1. Tiempo de retardo, t_d
2. Tiempo de crecimiento, t_r
3. Tiempo de pico, t_p
4. Sobre impulso máximo, M_p
5. Tiempo de establecimiento, t_s

A continuación se definen estos parámetros y en la figura 8.17 se muestran en forma gráfica.

1. Tiempo de retardo, t_d : el tiempo de retardo es el tiempo que tarda la respuesta en alcanzar la mitad del valor final por primera vez.
2. Tiempo de crecimiento, t_r : el tiempo de crecimiento es el tiempo requerido para que la respuesta aumente del 10 al 90 %, del 5 % al 95 %, o del 0 % al 100 % de su valor final. Para sistemas de segundo orden subamortiguados se utiliza normalmente el tiempo de crecimiento de 0 % a 100 %. Para sistemas sobreamortiguados se acostumbra usar el tiempo de crecimiento del 10 % a 90 %.
3. Tiempo de pico, t_p : el tiempo de pico es el requerido para que la respuesta alcance el primer pico de sobreimpulso.
4. Sobreimpulso máximo (porcentual), M_p : el sobreimpulso máximo es el valor pico máximo de la curva de respuesta medido desde la unidad. Si el valor final estabilizado de la respuesta difiere de la unidad, se suele utilizar el sobreimpulso porcentual máximo. Está definido por

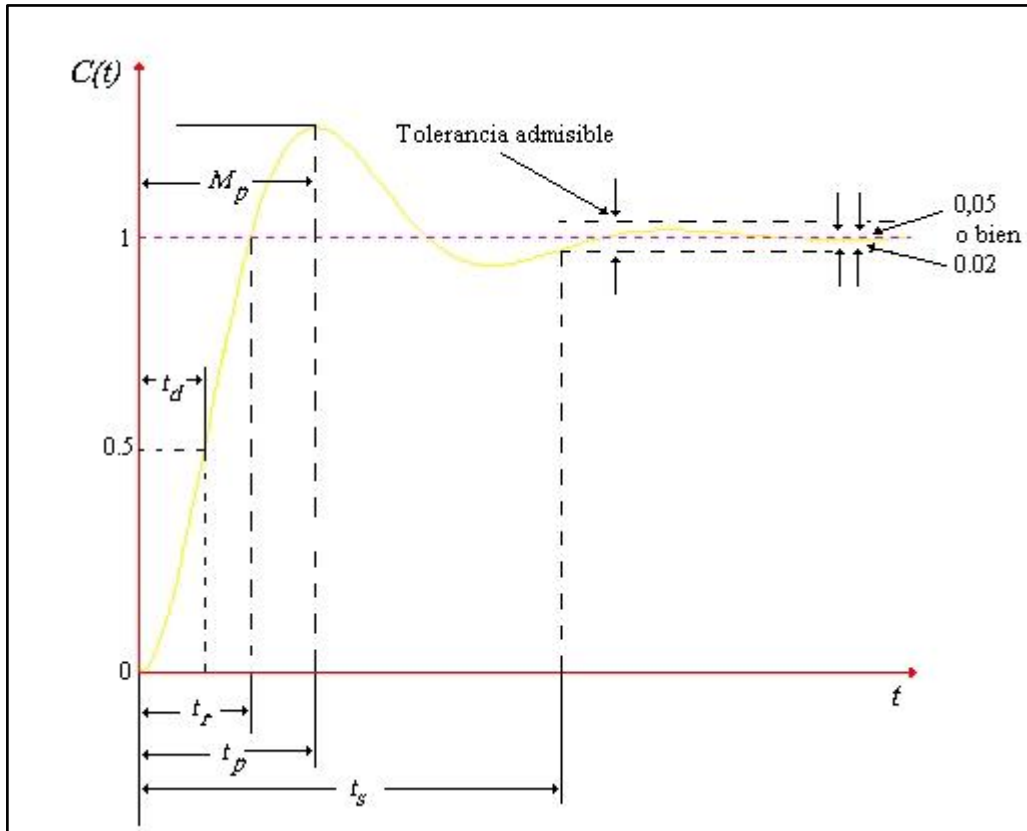
$$\text{Sobreimpulso porcentual máximo} = \frac{c(t_p) - c(\infty)}{c(\infty)} \times 100\%$$

La magnitud del sobreimpulso (porcentual) máximo indica la estabilidad relativa del sistema.

5. Tiempo de establecimiento, t_s : el tiempo de establecimiento es el que la curva de respuesta requiere para alcanzar y mantenerse en un rango alrededor del valor final con una magnitud especificada por el porcentaje absoluto del valor final (habitualmente 2% o 5%). El tiempo de establecimiento está relacionado con la constante de tiempo mayor del sistema de control. El criterio para fijar el

porcentaje de error a utilizar depende de los objetivos de diseño del sistema en cuestión.

Figura 61: Curva de respuesta al escalón unitario, mostrando t_d , t_r , t_p , M_p , t_s



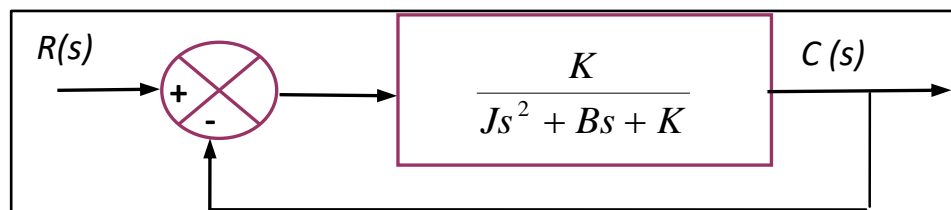
Las especificaciones recién dadas, válidas en el dominio del tiempo, son muy importantes, pues la mayoría de los sistemas de control son sistemas en el dominio del tiempo; esto es, deben presentar respuestas temporales aceptables. (Esto significa que el sistema de control se debe modificar hasta que su respuesta transitoria sea satisfactoria). Nótese que si se especifican los valores de t_d , t_r , t_p , M_p , t_s queda virtualmente determinada la forma de la curva de respuesta

5.5. Análisis teórico de la respuesta escalón

Sea la función de transferencia del Ejemplo 8.2, dada por

$$G(s) = \frac{C(s)}{R(s)} = \frac{25}{s^2 + 4s + 25}$$

Figura 62: Diagrama de bloques simplificado



La cual puede escribirse como

$$G(s) = \frac{C(s)}{R(s)} = \frac{K}{Js^2 + Bs + K} \dots\dots\dots (5.47)$$

$$= \frac{\frac{K}{J}}{\left[s + \frac{B}{2J} + \sqrt{\left(\frac{B}{2J}\right)^2 - \frac{K}{J}} \right] \left[s + \frac{B}{2J} - \sqrt{\left(\frac{B}{2J}\right)^2 - \frac{K}{J}} \right]} \dots\dots\dots (5.48)$$

Los polos de lazo cerrado son complejos si $B^2 - 4JK < 0$, y son reales si $B^2 - 4JK \geq 0$

En un análisis de respuestas transitorias es conveniente escribir:

$$\frac{K}{J} = \omega_n^2, \quad \frac{B}{J} = 2\xi\omega_n = 2\sigma,$$

Donde σ se denomina *atenuación*; ω_n , *frecuencia natural no amortiguada* y ξ , *relación de amortiguamiento del sistema*.

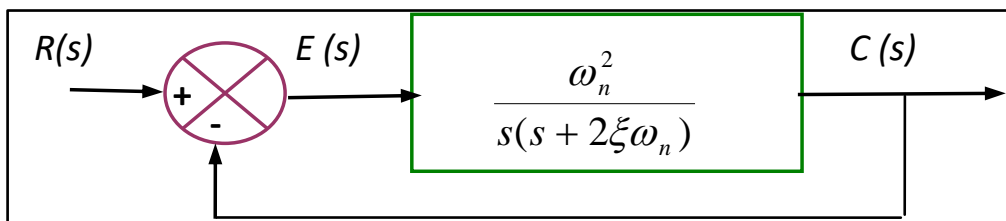
La relación de amortiguamiento ξ es la relación entre el amortiguamiento efectivo B y

el amortiguamiento crítico $B_c = 2\sqrt{JK}$ ó $\xi = \frac{B}{B_c} = \frac{B}{2\sqrt{JK}}$. En términos de ξ y ω_n , la

función de transferencia del sistema de control propuesto se puede escribir:

$$G(s) = \frac{\omega_n^2}{s^2 + 2\xi\omega_n s + \omega_n^2} \dots\dots\dots (5.49)$$

Figura 63: Sistema de segundo orden



El comportamiento dinámico del sistema de segundo orden se puede describir en términos de dos parámetros ξ y ω_n . Si $0 < \xi < 1$, los polos de lazo cerrado, son complejos conjugados y quedan en el semiplano izquierdo del plano s . Se dice entonces que el sistema está subamortiguado, y la respuesta transitoria es oscilatoria.

Si $\xi = 1$, se dice que el sistema está críticamente amortiguado. Los sistemas sobreamortiguados corresponden a $\xi > 1$. La respuesta transitoria de sistemas

críticamente amortiguados y sobreamortiguados, no oscila. Si $\xi = 0$ la respuesta transitoria no se extingue.

Ahora se obtendrá la respuesta del sistema que aparece en la Fig8.19 a una entrada escalón unitario. Se considerarán tres casos diferentes: El subamortiguado ($0 < \xi < 1$), el críticamente amortiguado ($\xi = 1$) y el sobreamortiguado ($\xi > 1$).

1. Caso *subamortiguado*, ($0 < \xi < 1$): En este caso, $C(s)/R(s)$ se puede escribir como:

$$G(s) = \frac{C(s)}{R(s)} = \frac{\omega_n}{(s + \xi\omega_n + j\omega_d)(s + \xi\omega_n - j\omega_d)} \dots\dots\dots(5.50)$$

Donde $\omega_n = \omega_d \sqrt{1 - \xi^2}$. La frecuencia ω_d se denomina *frecuencia natural amortiguada*.

Para una entrada escalón unitario, $C(s)$ se puede escribir

$$C(s) = \frac{\omega_n^2}{(s^2 + 2\xi\omega_n s + \omega_n^2)s} \dots\dots\dots(5.51)$$

La transformada inversa de Laplace de la Ec.(5.51) se obtiene fácilmente si $C(s)$ se escribe del siguiente modo:

$$\begin{aligned} C(s) &= \frac{1}{s} - \frac{s + 2\xi\omega_n}{s^2 + 2\xi\omega_n s + \omega_n^2} \\ &= \frac{1}{s} - \frac{s + \xi\omega_n}{(s + \xi\omega_n)^2 + \omega_d^2} - \frac{\xi\omega_n}{(s + \xi\omega_n)^2 + \omega_d^2} \end{aligned}$$

Mediante transformadas inversas de Laplace:

$$L^{-1} \left[\frac{s + \xi\omega_n}{(s + \xi\omega_n)^2 + \omega_d^2} \right] = e^{-\xi\omega_n t} \cos \omega_d t$$

$$L^{-1} \left[\frac{\omega_d}{(s + \xi\omega_n)^2 + \omega_d^2} \right] = e^{-\xi\omega_n t} \text{sen} \omega_d t$$

De aquí se obtiene la transformada inversa de Laplace como

$$\begin{aligned} \int^{-1} [C(s)] &= c(t) \\ &= 1 - e^{-\xi\omega_n t} \left(\cos \omega_d t + \frac{\xi}{\sqrt{1 - \xi^2}} \text{sen} \omega_d t \right) \\ &= 1 - \frac{e^{-\xi\omega_n t}}{\sqrt{1 - \xi^2}} \text{sen} \left(\omega_d t + \tan^{-1} \frac{\sqrt{1 - \xi^2}}{\xi} \right) \text{ para } t \geq 0 \dots\dots\dots(5.52) \end{aligned}$$

Este resultado se puede obtener en forma directa, utilizando la tabla de transformadas de Laplace. De la Ec. (5.52) se puede ver que la frecuencia de oscilación transitoria es la frecuencia natural amortiguada ω_d y varía con la relación de amortiguamiento ξ . La señal de error para este sistema es la diferencia entre la entrada y la salida, y es

$$e(t) = r(t) - c(t) = e^{-\xi\omega_n t} \left(\cos \omega_d t + \frac{\xi}{\sqrt{1-\xi^2}} \text{sen } \omega_d t \right) \text{ para } t \geq 0 \dots\dots\dots (5.53)$$

Esta señal de error presenta una oscilación senoidal amortiguada. En estado estacionario, o en $t = \infty$, no hay error entre entrada y salida.

Si la relación de amortiguamiento ξ es igual a cero, la respuesta se hace no amortiguada y la oscilación continúa indefinidamente. La respuesta $c(t)$ para el amortiguamiento cero se puede obtener, substituyendo $\xi = 0$ en la Ec (5.52), llegándose a

$$c(t) = 1 - \cos \omega_n t \quad (t \geq 0) \dots\dots\dots (5.54)$$

Así, de la Ec. (8.54) se ve que ω_n representa la frecuencia natural no amortiguada del sistema. Es decir, ω_n es la frecuencia a la cual el sistema oscilará si el amortiguamiento descendiera a cero. Si el sistema lineal tiene algún amortiguamiento, la frecuencia natural no amortiguada no se puede observar en forma experimental. La frecuencia que se puede observar, es la frecuencia natural amortiguada ω_d , que es igual a $\omega_n \sqrt{1-\xi^2}$. Esta frecuencia es siempre inferior a la frecuencia natural no amortiguada. Un aumento en ξ reduce la frecuencia natural amortiguada ω_d . Si ξ se incrementa por encima de la unidad, la respuesta se vuelve sobreamortiguada y no oscila.

2. Caso de *amortiguamiento crítico*, ($\xi = 1$): Si los dos polos de $C(s)/R(s)$ son casi iguales, el sistema se puede aproximar por uno de amortiguamiento crítico.

Para una entrada escalón unitario, $R(s) = 1/s$, $C(s)$ se puede escribir como

$$C(s) = \frac{\omega_n^2}{(s + \omega_n)^2 s} \dots\dots\dots (5.55)$$

La transformada inversa de Laplace de la Ec. (8.55) se puede hallar como

$$C(t) = 1 - e^{-\omega_n t} (1 + \omega_n t) \quad (t \geq 0) \dots\dots\dots (5.56)$$

3. Caso sobreamortiguado ($\xi > 1$): En este caso los dos polos de $C(s)/R(s)$ son reales negativos y diferentes. Para una entrada escalón unitario, $R(s) = 1/s$, $C(s)$ se puede escribir como

$$C(s) = \frac{\omega_n^2}{(s + \xi\omega_n + \omega_n\sqrt{\xi^2 - 1})(s + \xi\omega_n - \omega_n\sqrt{\xi^2 - 1})} \dots\dots\dots(5.57)$$

La transformada inversa de Laplace de la Ec. (5.57) es

$$c(t) = 1 + \frac{1}{2\sqrt{\xi^2 - 1}(\xi + \sqrt{\xi^2 - 1})} e^{-(\xi + \sqrt{\xi^2 - 1})\omega_n t} - \frac{1}{2\sqrt{\xi^2 - 1}(\xi - \sqrt{\xi^2 - 1})} e^{-(\xi - \sqrt{\xi^2 - 1})\omega_n t}$$

$$= 1 + \frac{\omega_n}{2\sqrt{\xi^2 - 1}} \left(\frac{e^{-S_1 t}}{S_1} - \frac{e^{-S_2 t}}{S_2} \right) \quad (t \geq 0) \dots\dots\dots(5.58)$$

Donde $S_1 = (\xi + \sqrt{\xi^2 - 1})\omega_n$ y $S_2 = (\xi - \sqrt{\xi^2 - 1})\omega_n$ Así, la respuesta de $c(t)$ incluye dos términos exponenciales decrecientes.

Al simular sistemas de segundo orden podemos llegar a las siguientes conclusiones:

- Dos sistemas de segundo orden con el mismo ξ , pero diferente ω_n , presentan el mismo sobreimpulso y el mismo esquema oscilatorio. Se dice que tales sistemas tienen la misma estabilidad relativa.
- Entre los sistemas que responden sin oscilación, un sistema amortiguado críticamente presenta la respuesta más rápida. Un sistema sobreamortiguado es siempre más lento en su respuesta a cualquier entrada.

5.6. Comentarios sobre los parámetros de respuesta transitoria

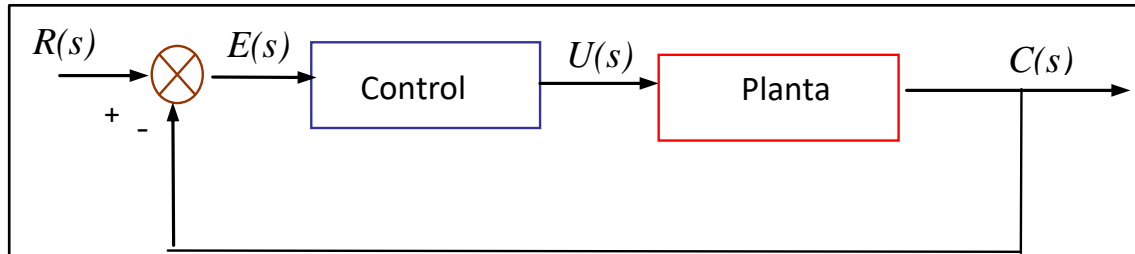
Excepto en ciertas aplicaciones en que no se pueden tolerar oscilaciones, es deseable que la respuesta transitoria sea suficientemente rápida y amortiguada. Así, para una respuesta transitoria deseable de un sistema de segundo orden, la relación de amortiguamiento debe estar entre 0,4 y 0,8 valores pequeños de ξ ($\xi < 0,4$) producen sobreimpulso excesivo en la respuesta transitoria y un valor con un valor grande de ξ ($\xi > 0,8$) responde lentamente.

El sobreimpulso máximo y el tiempo de crecimiento están en conflicto entre sí. En otras palabras, no se puede lograr un sobreimpulso máximo y un tiempo de crecimiento pequeños al mismo tiempo. Si uno de ellos se hace pequeño, el otro se hará grande necesariamente.

CAPITULO VI: CONTROL PID

Ahora mostraremos las características de los controles proporcional (P), integral (I) y derivativo (D). Y como usarlos para conseguir la respuesta deseada. Considerando el siguiente sistema con realimentación (“Feedback”) unitaria:

Figura 64: Sistema de control de Lazo cerrado



Planta: Sistema objeto del control (proceso a controlar)

Controlador: Proporciona la excitación a la planta; se diseña para controlar el comportamiento global del sistema.

6.1. Los tres términos del controlador

Tomando la Ec. (6.109), la función de transferencia de un controlador PID podemos escribirla como:

$$\frac{U(s)}{E(s)} = K_p + \frac{K_i}{s} + K_d s = \frac{K_d s^2 + K_p s + K_i}{s} \dots\dots\dots (6.1)$$

Donde:

- K_p = Ganancia proporcional
- $K_i = K_p/\tau_i$ = Ganancia integral
- $K_d = K_p \tau_d$ = Ganancia derivativa

En primer lugar, veamos cómo funciona un controlador PID en un sistema en bucle cerrado (realimentado o “feedback”) como el representado en la Figura 64. La variable (e) representa el error de seguimiento (representamos con minúsculas en el dominio del tiempo y con mayúsculas en el dominio de Laplace), la diferencia entre el valor de la entrada deseada (R) y la salida efectiva (c). Esta señal de error (e) se envía al controlador PID y el controlador evalúa tanto la integral como la derivada de esta señal de error. La señal (U) a la salida del controlador es igual a la magnitud del error por la

ganancia proporcional (K_p), más la magnitud de la integral del error por la ganancia integral (K_i), más la magnitud de la derivada del error por la ganancia derivativa (K_d).

$$u = K_p e + K_i \int e dt + K_d \frac{dt}{dt} \dots\dots\dots(6.2)$$

Esta señal (u) se envía a la planta, con lo que se produce una nueva salida (C). Esta nueva salida (C) se envía de nuevo al sensor para determinar la nueva señal de error (e). Por último, el controlador utiliza esta nueva señal de error para calcular nuevamente su derivada y su integral. Este proceso se repite una y otra vez.

6.2. Características de los controladores P, I y D

Un controlador proporcional (K_p) reduce el tiempo de subida pero no elimina nunca el *error en régimen permanente*. El control integral (K_i) elimina el error en régimen permanente pero empeora la respuesta transitoria. Un control derivativo (K_d) incrementa la estabilidad del sistema, reduce el sobreimpulso y mejora la respuesta transitoria. En la siguiente tabla se resumen los efectos de cada controlador K_p , K_d y K_i sobre un sistema en bucle cerrado.

Tabla 4: Características PID

RESPUESTA BC	TIEMPO SUBIDA	SOBREIMPULSO	TIEMPO DE ESTABLECIMIENTO	ERROR R-P
K_p	Disminuye	Aumenta	Poca variación	Disminuye
K_i	Disminuye	Aumenta	Aumenta	Elimina
K_d	Poca variación	Disminuye	Disminuye	Poca variación

Tenga en cuenta que estas relaciones puede que no sean demasiado precisas porque los efectos de las ganancias K_p , K_i y K_d dependen los unos de los otros. De hecho, al variar el valor de una de estas variables puede que se modifiquen los efectos producidos por las otras dos. Por esta razón, a la hora de determinar los valores de K_p , K_i y K_d sólo deberá usar esta tabla como una referencia.

6.3. Caso de estudio

Consideremos el intercambiador visto anteriormente. La función de transferencia de la temperatura de salida del fluido de proceso $T_p(s)$ con respecto al flujo de entrada del fluido de calentamiento $F_c(s)$ está dado por

$$G_P = \frac{T_P(s)}{F_c(s)} = \frac{K_P}{(\tau_1 S + 1)(\tau_2 S + 1)} ; \quad \tau_1, \tau_2 > 0$$

Por conveniencia, a T_p denominaremos X y a F_c como F , con lo cual la Ec. (6.24) se escribe

$$G_P = \frac{X(s)}{F(s)} = \frac{K_P}{\tau_1 \tau_2 s^2 + (\tau_1 + \tau_2)s + 1} \dots\dots\dots (6.3)$$

Tomando los valores experimentales para el estado estacionario se tiene:

$$K_P = 0.07^\circ\text{C}/\text{kg seg}$$

Así mismo para las constantes de tiempo se tiene:

$$\tau_1 = 3.42 \text{ seg.}$$

$$\tau_2 = 3 \text{ seg.}$$

Sustituyendo estos valores en la anterior función de transferencia y arreglando se tiene

$$\frac{X(s)}{F(s)} = \frac{1}{145.5s^2 + 91s + 14.8} \dots\dots\dots (6.4)$$

El objetivo de este problema es mostrar como K_p , K_i y K_d contribuyen a obtener

- Un tiempo de subida más rápido
- Un sobreimpulso mínimo
- Un error en régimen permanente nulo

6.4. Respuesta escalón en bucle abierto

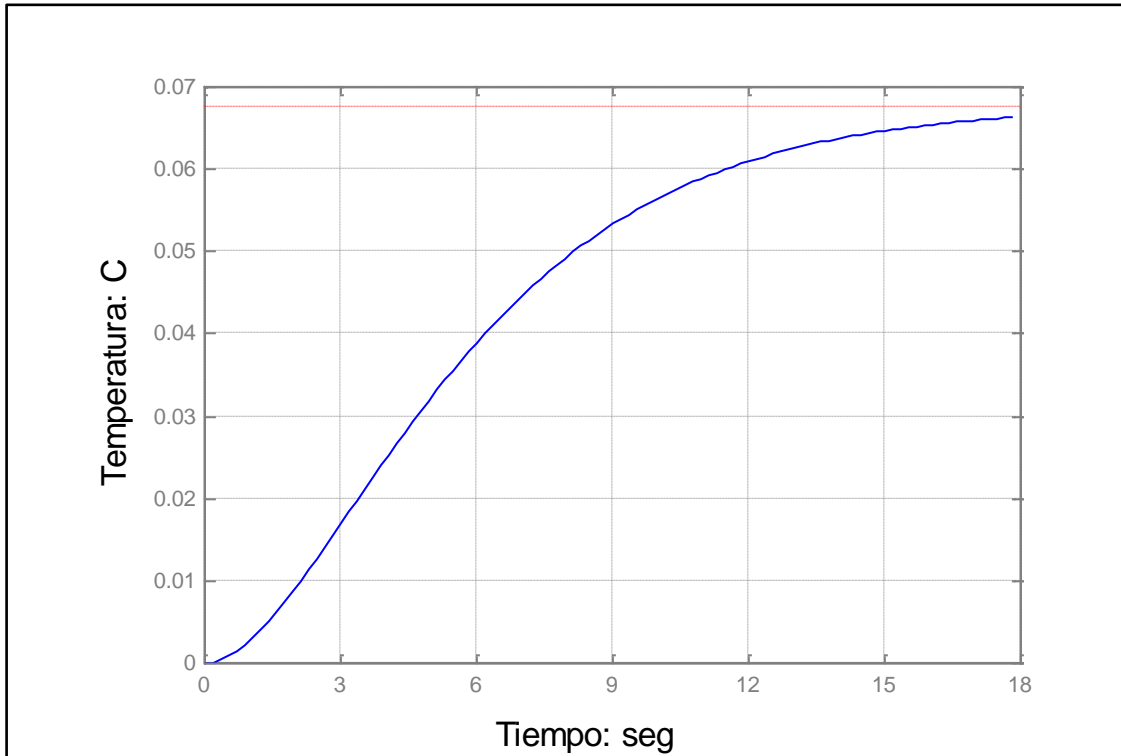
Veamos, en primer lugar, la respuesta en bucle abierto del sistema ante una entrada escalón. Cree un nuevo archivo de instrucciones con el siguiente código:

```

» num=[0 0 1];
» den=[145.5 91 14.8];
» step(num,den)
» grid
» xlabel('Tiempo: seg')
» ylabel('Temperatura: C')
```

Al ejecutar este archivo en la ventana de instrucciones de MATLAB se obtendrá la siguiente gráfica.

Figura 65: Respuesta de lazo abierto del intercambiador a un escalón



La ganancia de la función de transferencia de la planta es $1/14,8$, Así, el valor final de la salida ante un escalón unitario es $0,068$, lo que corresponde a un error en régimen permanente de $0,932$, En efecto, bastante grande. Más aún, el tiempo de subida es de alrededor de 12 segundos y el tiempo de establecimiento es de aproximadamente 18 segundos. Diseñemos un controlador que reduzca el tiempo de subida y el tiempo de establecimiento y elimine el error en régimen permanente.

6.5. Control proporcional

En la tabla anterior se muestra que el controlador proporcional (K_p) reduce el tiempo de subida, incrementa el sobreimpulso y reduce el error en régimen permanente. La función de transferencia de bucle cerrado del sistema anterior con un controlador proporcional es:

$$\frac{X(s)}{F(s)} = \frac{K_p}{145,5s^2 + 91s + (14,8 + K_p)} \dots\dots\dots(6.5)$$

Establezcamos 300 como valor de la ganancia proporcional (K_p) y modifiquemos el archivo de instrucciones de la siguiente manera:

```

» Kp = 300;
» num=[0 0 Kp];
» den=[145.5 91 14.8+Kp];
    
```

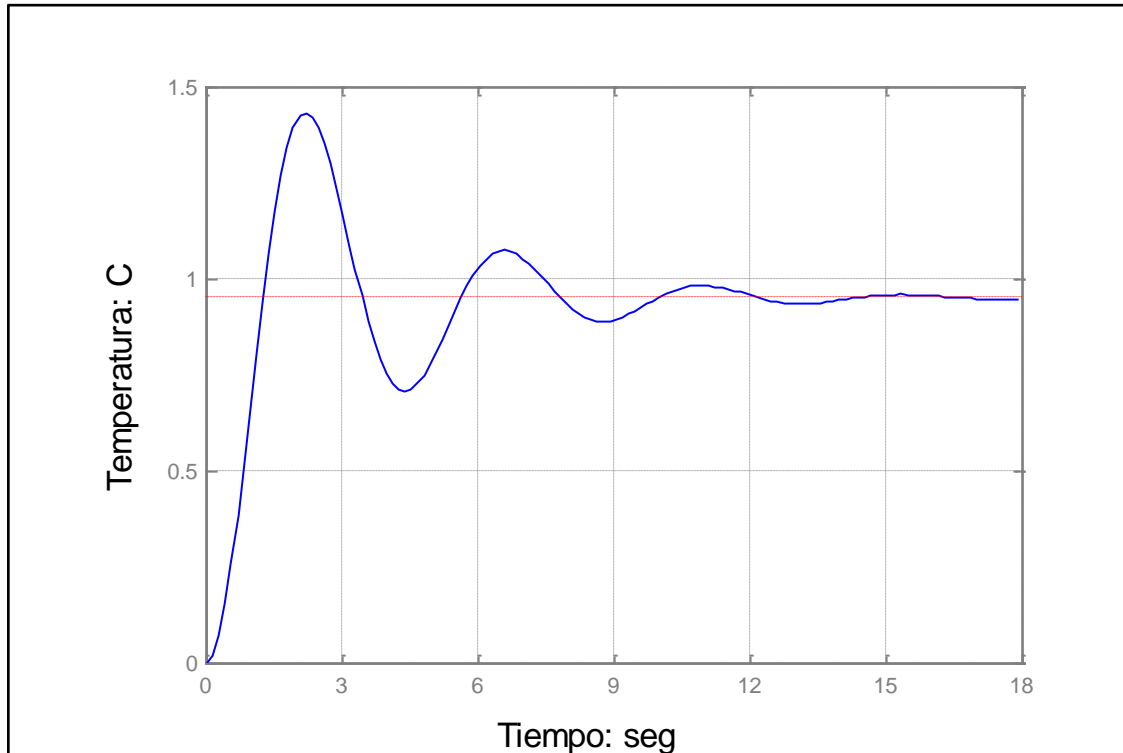
```

» step(num, den)
» grid
» xlabel('Tiempo: seg')
» ylabel('Temperatura: C')

```

Al ejecutar este archivo en la ventana de instrucciones de MATLAB se deberá obtener la siguiente gráfica.

Figura 66: Control proporcional de lazo cerrado para el intercambiador



Nota: La función Matlab denominada `cloop` puede usarse para obtener directamente la función de transferencia de bucle cerrado a partir de la función de transferencia de bucle abierto (en vez de obtener la función de bucle cerrado a mano). El siguiente archivo de instrucciones en el que se usa el comando `cloop` generara una gráfica idéntica a la mostrada anteriormente.

```

num=1;
den=[145.5 91 14.8];
Kp=300;
[numCL,denCL]=cloop(Kp*num,den);
t=0:0.01:2;
step(numCL,denCL,t)

```

El gráfico anterior muestra como el controlador proporcional ha reducido tanto el tiempo de subida como el error en régimen permanente, ha incrementado el sobreimpulso y disminuido, en una pequeña cantidad el tiempo de establecimiento.

6.6. Control proporcional y derivativo

Veamos ahora el control PD. En la tabla mostrada anteriormente se muestra que el controlador derivativo (K_d) reduce tanto el sobreimpulso como el tiempo de establecimiento. La función de transferencia de bucle cerrado del sistema propuesto con un controlador PD es:

$$\frac{X(s)}{F(s)} = \frac{K_d s + K_p}{145,5s^2 + (91 + K_d)s + (14,8 + K_p)} \dots\dots\dots (6.6)$$

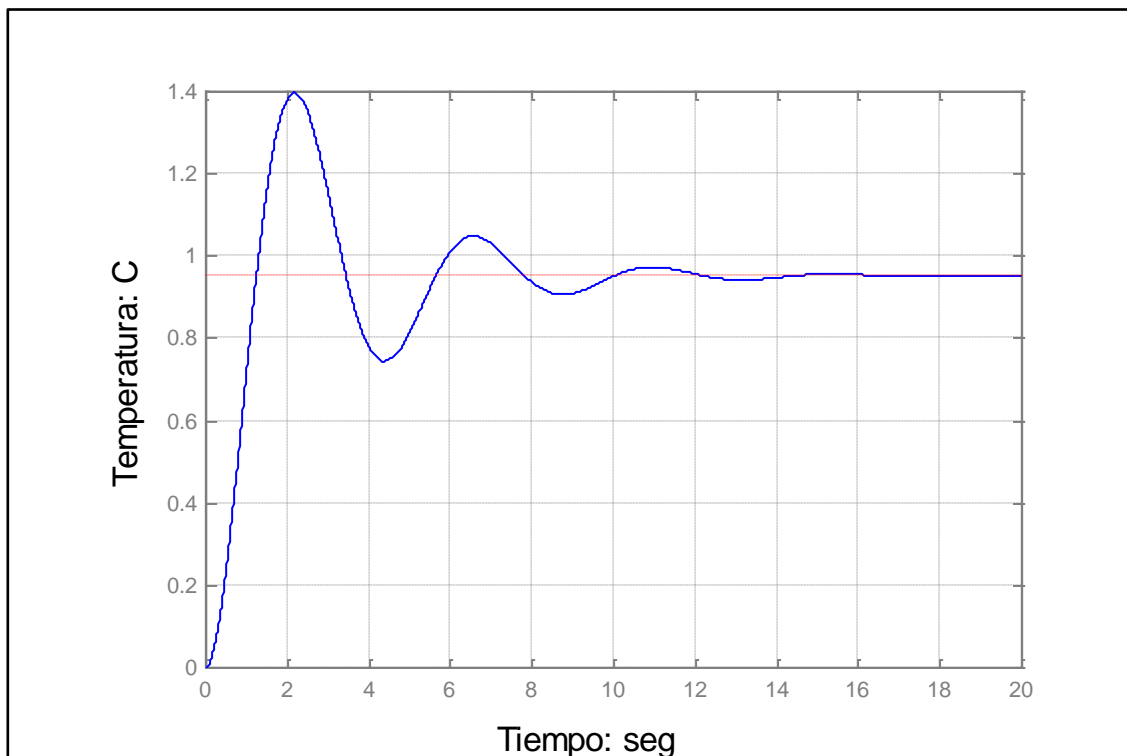
Establezcamos en 300 el valor de K_p y en 10 el de K_d . Introduzca las siguientes instrucciones en un archivo de instrucciones y ejecútelo desde la ventana de instrucciones de Matlab.

```

» Kp=300;
» Kd=10;
» num=[0 KdKp];
» den=[145.5 91+Kd 14.8+Kp];
» t=0:0.01:20;
» step(num,den,t)
» grid
» xlabel('Tiempo: seg')
» ylabel('Temperatura: C')
»

```

Figura 67: Control proporcional derivado de lazo cerrado para el intercambiador



Esta gráfica muestra como el controlador derivativo reduce el sobre impulso y el tiempo de establecimiento y tiene poco efecto sobre el tiempo de subida y el error en régimen permanente.

6.7. Control proporcional e integral

Antes de analizar el control PID, veamos el control PI. En la tabla se muestra que un control integral (K_i) disminuye el tiempo de subida, incrementa tanto el sobreimpulso como el tiempo de establecimiento y elimina el error en régimen permanente. Para el sistema propuesto, la función de transferencia de bucle cerrado con un control PI es:

$$\frac{X(s)}{F(s)} = \frac{K_p s + K_i}{145,5s^3 + 91s^2 + (14,8 + K_p)s + K_i} \dots\dots\dots (6.7)$$

Reduzcamos a 70 el valor de K_p y establezcamos en 10 el valor de K_i . Creemos un nuevo archivo de instrucciones e introduzcamos las siguientes instrucciones.

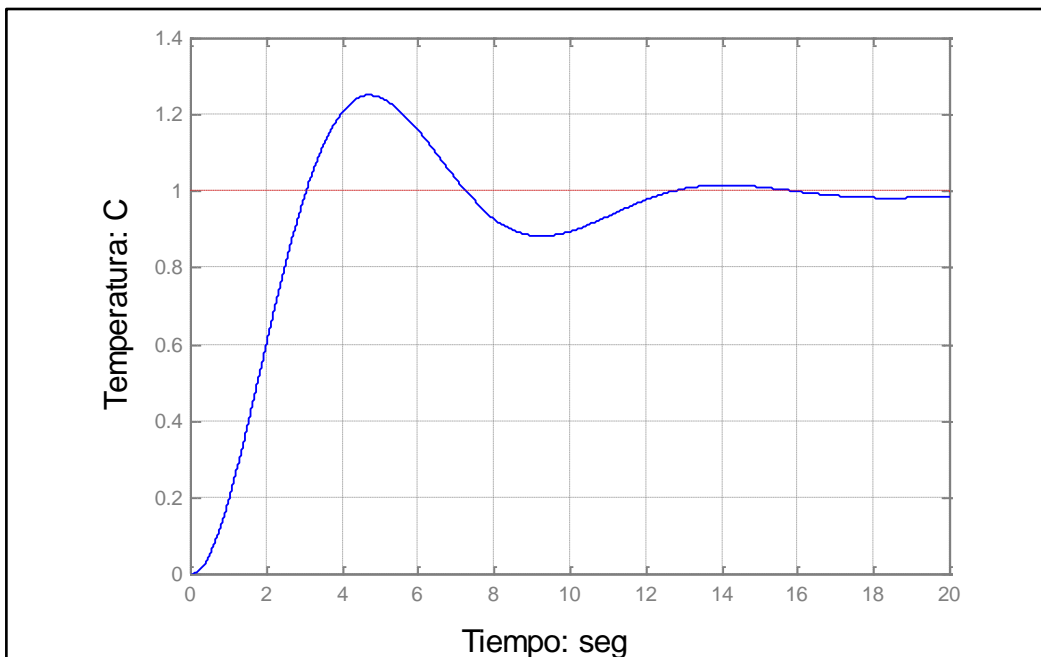
```

» Kp=70;
» Ki=10;
» num=[Kp Ki];
» den=[145.5 91 14.8+Kp Ki];
» t=0:0.01:20;
» step(num,den,t)
» grid
» xlabel('Tiempo: seg')
» ylabel('Temperatura: C')

```

Si ejecuta este archivo desde la ventana de instrucciones de Matlab debería obtener el siguiente gráfico.

Figura 68: Control proporcional integral de lazo cerrado para el intercambiador



Se ha reducido el valor de la ganancia proporcional (K_p) porque el controlador integral también reduce el tiempo de subida e incrementa el sobreimpulso tal y como hace el controlador proporcional (efecto doble). La respuesta anterior muestra como el controlador integral elimina el error en régimen permanente.

6.8. Control proporcional, integral y derivativo

Veamos ahora el controlador PID. La función de transferencia de bucle cerrado del sistema dado con un controlador PID es:

$$\frac{X(s)}{F(s)} = \frac{K_d s^2 + K_p s + K_i}{145,5s^3 + (91 + K_d)s^2 + (14,8 + K_p)s + K_i} \quad (10.8)$$

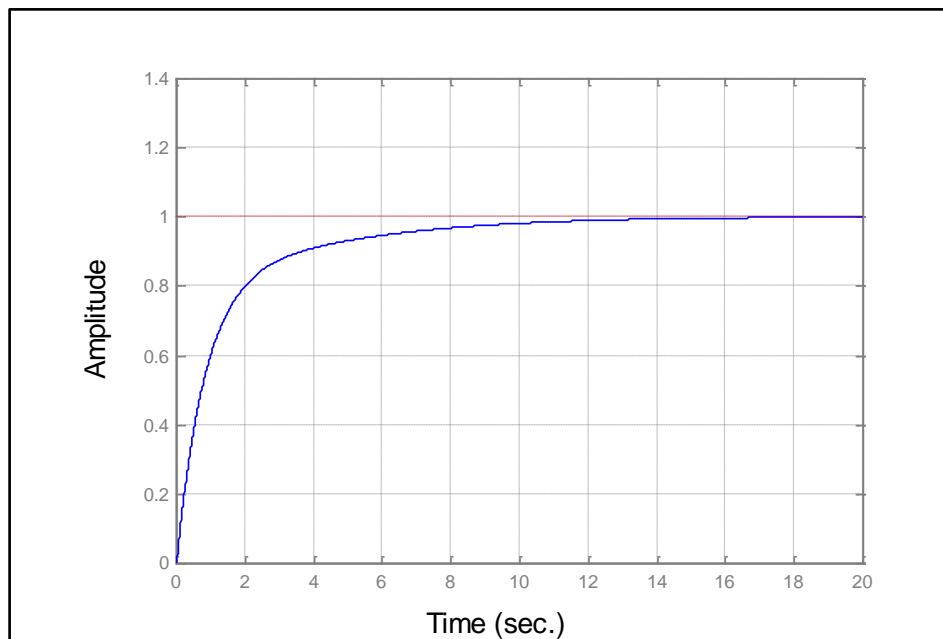
Tras varias pruebas se ha comprobado que los valores de las ganancias $K_p = 70$, $K_i = 10$ y $K_d = 150$ proporcionan una respuesta adecuada. Para confirmarlo, introduzca las siguientes instrucciones en un archivo de instrucciones y ejecútelo desde la ventana de instrucciones.

```

» Kp=70;
» Kd=150;
» Ki=10;
» num=[KdKp Ki];
» den=[145.5 91+Kd 14.8+Kp Ki];
» t=0:0.01:20;
» step(num,den,t)
    
```

Obtendrá la siguiente respuesta escalón:

Figura 69: Control proporcional integral derivado (PID) de lazo cerrado para el intercambiador



Ahora se ha obtenido un sistema sin sobreimpulso, con un tiempo de subida rápido y sin error en régimen permanente.

6.9. Consejos generales para el diseño de un controlador PID

Cuando esté diseñando un controlador PID para un sistema dado siga los siguientes pasos para obtener el resultado deseado.

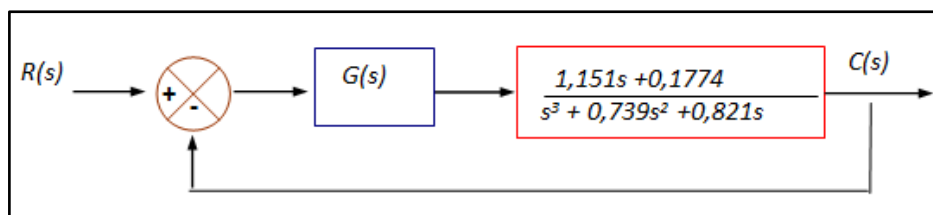
1. Obtenga la respuesta en bucle abierto y determine los parámetros que deben ser mejorados
2. Añada un control proporcional para mejorar el tiempo de subida
3. Añada un control derivativo para mejorar el sobreimpulso
4. Añada un control integral para eliminar el error en régimen permanente
5. Ajuste los valores de K_p , K_i y K_d para obtener la respuesta deseada. Puede dirigirse a la Tabla 10.1 para averiguar qué controlador controla cada característica.

Por último, tenga en cuenta que, si no es necesario, no tiene porqué implantar los tres controladores (proporcional, derivativo e integral) en un único sistema. Por ejemplo, si un controlador PI proporciona una respuesta suficientemente buena (como en el ejemplo anterior) entonces no es necesario implantar el controlador derivativo en el sistema. Mantenga el controlador tan sencillo como sea posible.

Ejemplo Aplicativo 6.1: Método de diseño para un PID

Un sistema de control se representa por:

Figura 70: Esquema de sistema de control de lazo cerrado con retroalimentación (feedback)



Los requerimientos de diseño son:

- Sobreimpulso máximo: Menos del 10 %
- Tiempo de subida: Menos de 2 segundos
- Tiempo de establecimiento: Menos de 10 segundos
- Error en el estado estacionario: Menos de 2 %

La función de transferencia de un PID es:

$$\frac{U(s)}{E(s)} = K_p + \frac{K_i}{s} + K_d s = \frac{K_d s^2 + K_p s + K_i}{s}$$

Nosotros implementaremos combinaciones de controladores proporcional (K_p), integral (K_i), y derivado (K_d) en un sistema “feedback” mostrado a continuación para estudiar la salida del sistema

Tomando primero un controlador proporcional:

Control proporcional

El primer paso en la solución de este problema usando un control PID es encontrar la función de transferencia de lazo cerrado con un control proporcional (K_p). Una función de transferencia de lazo cerrado puede obtenerse ya sea a mano o usando la función de Matlab llamada `cloop`. Por cualquier camino se puede obtener la función de transferencia de lazo cerrado como:

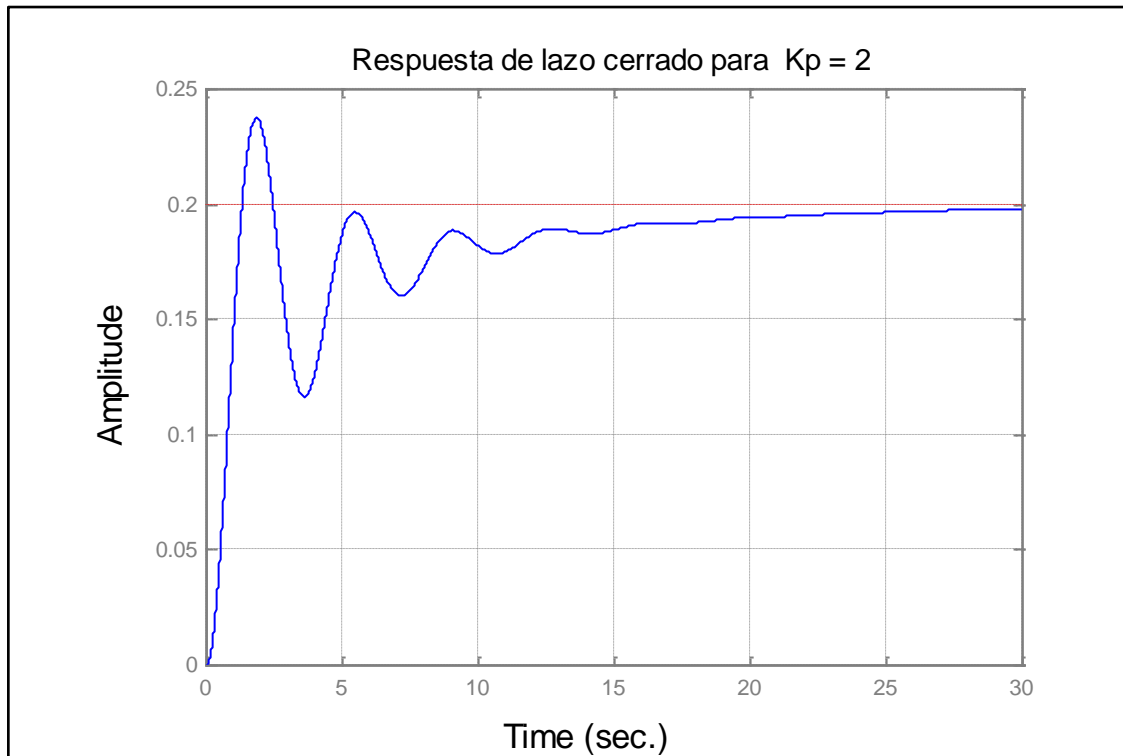
$$\frac{C(s)}{E(s)} = \frac{K_p (1,151s + 0,1774)}{s^3 + 0,739s^2 + (1,151K_p + 0,921)s + 0,1774K_p}$$

Nota: Matlab no puede manipular variables simbólicas. Para usar la función `cloop`, ingresar los comandos siguientes a un [archivo-m](#) y correrlo en el comando de Matlab en Windows. Con esto se obtiene los coeficientes numéricos del numerador y denominador de la función de transferencia de lazo cerrado.

```
Kp=[1]; %Ingresar cualquier valor numérico para la ganancia
        %proporcional
num=[1.151 0.1774];
num1=conv(Kp,num);
den1=[1 0.739 0.921 0];
[numc,denc]=cloop (num1,den1)
```

Por ahora, poner la ganancia proporcional (K_p) igual a 2 y observar el comportamiento del sistema. Nosotros usaremos la función de transferencia de lazo cerrado derivada a mano. Ingresar los siguientes comandos en un nuevo [archivo-m](#) y ejecutando la orden en la ventana de MATLAB. Se obtiene la respuesta de manera similar a uno mostrado mas adelante:

```
de=0.2;
Kp=2;
numc=Kp*[1.151 0.1774];
denc=[1 0.739 1.151*Kp+0.921 0.1774*Kp];
t=0:0.01:30;
step (de*numc,denc,t)
```

Figura 71: Respuesta de lazo cerrado para $K_p = 2$ 

Como se ve, ambos el sobre impulso y el tiempo de establecimiento tienen la necesidad de alguna mejora.

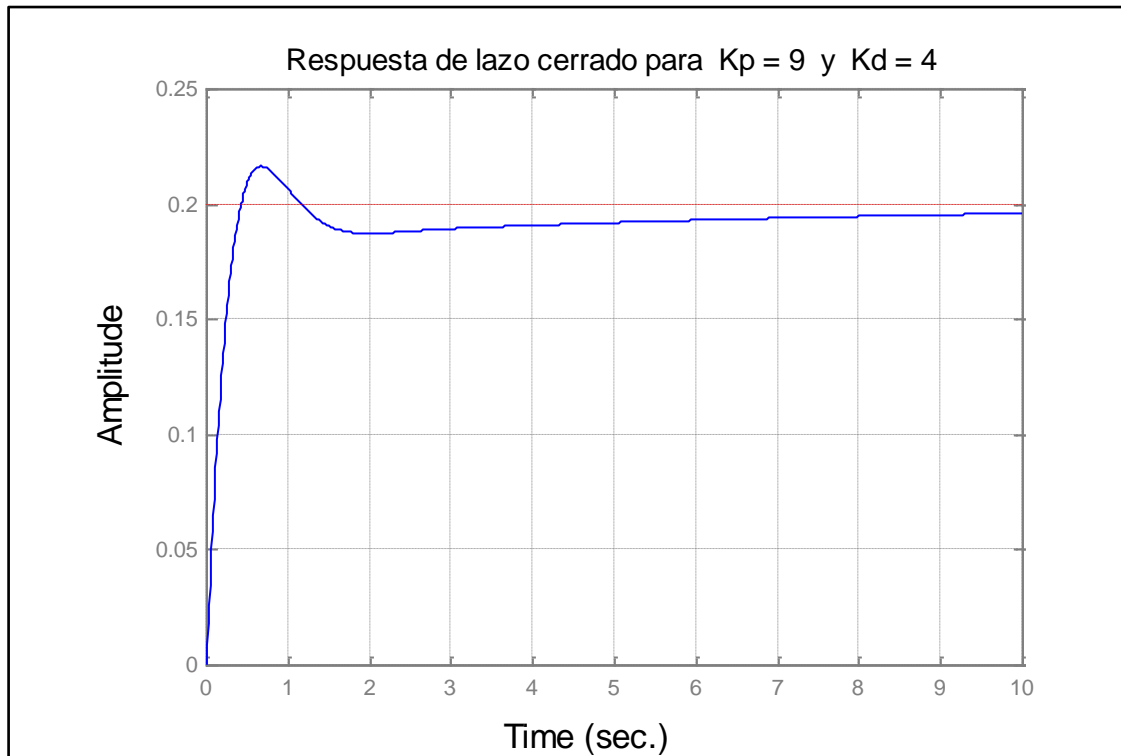
Control proporcional derivado (PD)

Recordar del estudio del PID, la acción derivativa reducirá el sobre impulso y el tiempo del establecimiento. Consideremos un controlador PD. La función de transferencia de lazo cerrado del sistema con un controlador PD es:

$$\frac{C(s)}{E(s)} = \frac{1,151K_d s^2 + (1,151K_p + 0,1774K_d)s + 0,1774K_p}{s^3 + (0,739 + 1,151K_d)s^2 + (0,921 + 1,151K_p + 0,1774K_d)s + 0,1774K_p}$$

Usando los órdenes mostrados debajo y con varias pruebas de ensayo-y-error, una ganancia proporcional (K_p) de 9 y una ganancia derivativa (K_d) de 4 dan un resultado razonable. Para confirmar esto, cambiando el [archivo-m](#) al siguiente y ejecutándolo en la ventana de ordenes MATLAB. Se obtiene la respuesta siguiente:

```
de=0.2;
Kp=9;
Kd=4;
numc=[1.151*Kd 1.151*Kp+0.1774*Kd 0.1774*Kp];
denc=[1 0.739+1.151*Kd 0.921+1.151*Kp+0.1774*Kd 0.1774*Kp];
t=0:0.01:10;
step (de*numc, denc, t)
```

Figura 72: Respuesta de lazo cerrado para $K_p = 9$ y $K_d = 4$ 

Esta respuesta al escalón muestra el tiempo de crecimiento de menos de 2 segundos, el sobreimpulso de menos de 10%, el tiempo de establecimiento de menos de 10 segundos, y el error del estado estacionario de menos de 2%. Todos los requisitos del plan están satisfechos.

Control PID

Aunque todos los requisitos del plan estaban satisfechos con el controlador PD, la acción integral (K_i) puede agregarse para reducir el sobreimpulso y tener una curva de respuesta más lisa. Después de varias pruebas de ensayo-y-error, la ganancia proporcional (K_p) de 2, la ganancia integral (K_i) de 4, y la ganancia derivativa (K_d) de 3 todavía satisface todos los requisitos del plan y dan una curva de respuesta más lisa. Para confirmar esto, ingresar las órdenes siguientes a un [archivo-m](#) y ejecutarlo en la ventana de órdenes. Se obtiene la respuesta siguiente:

Nota: En este punto vamos a usar la función `cloop` para encontrar la función de transferencia de lazo cerrado y obtener la respuesta a escalón.

```
de=0.2;
Kp=2;
Kd=3;
Ki=4;
numo=[1.151 0.1774];
deno=[1 0.739 0.921 0];
```

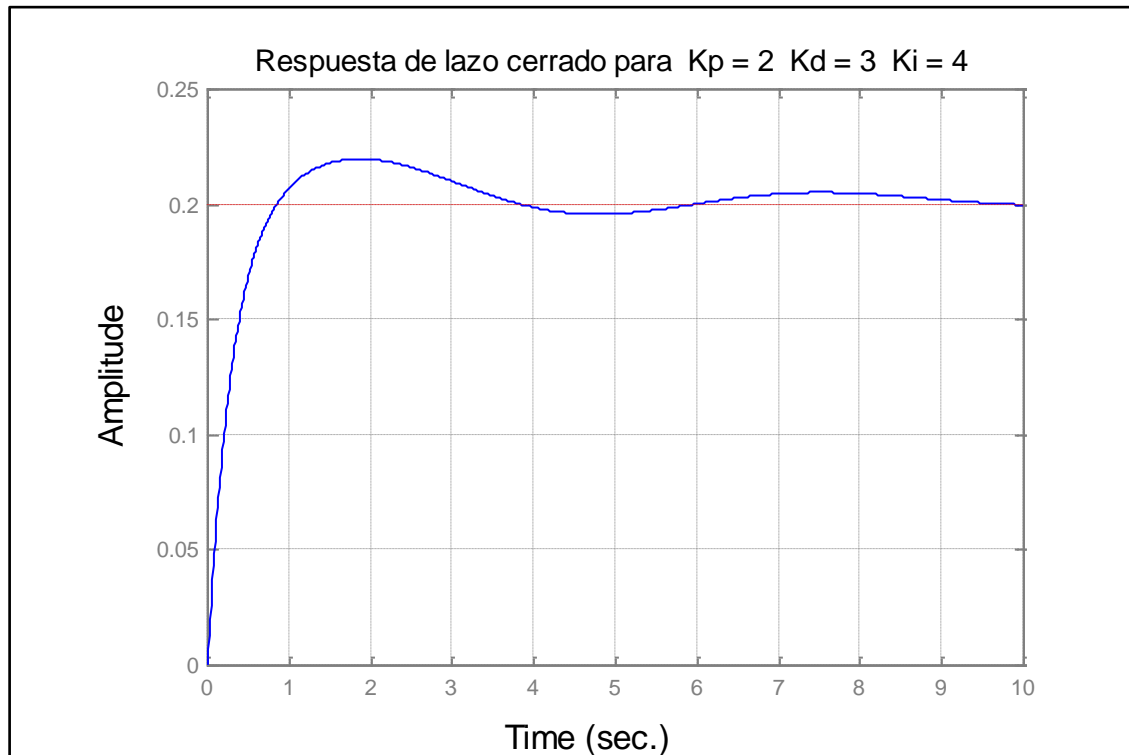
```

numpid=[KdKp Ki];
denpid=[1 0];
num1=conv(numo,numpid);
den1=conv(deno,denpid);

[numc,denc] = cloop(num1,den1);
t=0:0.01:10;
step (de*numc,denc,t)

```

Figura 73: Respuesta de lazo para $K_p = 2$ $K_d = 3$ $K_i = 4$



Comentarios

1. Para encontrar ganancias apropiadas (K_p , K_d , y K_i), se puede usar la tabla mostrada en el punto sobre el estudio del PID; sin embargo, debe tenerse presente las otras dos. Como resultado, se puede necesitar cambiar otras dos ganancias cuando se cambia una ganancia.
2. nuestro sistema con un controlador PI no proporciona la respuesta deseada.

CAPITULO VII: CRITERIO DE ESTABILIDAD DE ROUTH

7.1. Estabilidad

En este capítulo estudiaremos profundizaremos en los siguientes tópicos:

- Ecuación característica
- Estabilidad absoluta y relativa
- Determinación de la estabilidad absoluta por el criterio de RouthHurwitz.

Ecuación característica

$$\frac{C(s)}{R(s)} = \frac{\omega_n^2}{s^2 + 2\zeta\omega_n s + \omega_n^2} \dots\dots\dots (7.1)$$

El sistema de segundo orden tiene por ecuación característica a:

$$s^2 + 2\zeta\omega_n s + \omega_n^2 = 0 \dots\dots\dots (7.2)$$

En general tenemos que:

$$\frac{C(s)}{R(s)} = \frac{b_0 s^m + b_1 s^{m-1} + \dots + b_{m-1} s + b_m}{a_0 s^n + a_1 s^{n-1} + \dots + a_{n-1} s + a_n} \dots\dots\dots (7.3)$$

Cuya ecuación característica es

$$a_0 s^n + a_1 s^{n-1} + \dots + a_{n-1} s + a_n = 0 \dots\dots\dots (7.4)$$

Las raíces de la ecuación característica se denominan POLOS. Y en estos, la función de transferencia se indetermina. En el Plano complejo 's' se representan con una 'x'.

Las raíces del numerador se denominan CEROS, y en estos la función de transferencia vale cero. En el plano complejo se representan con un 'o'.

Estabilidad absoluta.- Indica si el sistema es estable o inestable.

Estabilidad relativa.- Indica que tan estable es un sistema o los márgenes de estabilidad.

7.2. Criterio de Estabilidad de ROUTH

Sirve para determinar la estabilidad absoluta, sin la necesidad de determinar las raíces de la ecuación característica del sistema.

El procedimiento en el criterio de estabilidad de Routh, es el siguiente:

1.- Escriba la ecuación característica en la siguiente forma

$$a_0 s^n + a_1 s^{n-1} + \dots + a_{n-1} s + a_n = 0 \dots\dots\dots (7.4)$$

2.- Si alguno de los coeficientes es cero o negativo, ante la presencia de al menos un coeficiente positivo, hay raíces imaginarias o que tienen partes reales positivas. En tales casos el sistema es inestable y paramos.

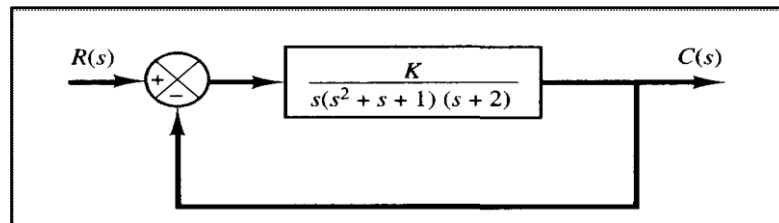
$$\begin{array}{r} s^1 \quad -6 \\ s^0 \quad 5 \end{array}$$

Hay dos cambios de signo en los coeficientes de la primera columna. Esto significa que existen dos raíces con partes reales positivas. Observe que el resultado no se modifica cuando los coeficientes de cualquier renglón se multiplican por o, se dividen entre, un número positivo para simplificar el cálculo.

Ejercicio Aplicativo 7.2

Aplicación del criterio de estabilidad de Routh al análisis de un sistema de control. Considere el sistema de la figura. Determine el rango de valores de K para la estabilidad. La función de transferencia en lazo cerrado es

Figura 74: Diagrama de bloques del sistema



La ecuación característica es:

$$s^4 + 3s^3 + 3s^2 + 2s + K = 0$$

El arreglo de coeficientes se convierte en

$$\begin{array}{r} s^4 \quad 1 \quad 3 \quad K \\ s^3 \quad 3 \quad 2 \quad 0 \\ s^2 \quad \frac{7}{3} \quad K \\ s^1 \quad 2 - \frac{9}{7}K \\ s^0 \quad K \end{array}$$

Para la estabilidad, K debe ser positiva, y todos los coeficientes de la primera columna deben de serlo también.

$$2 - \frac{9}{7}K > 0$$

$$K > 0$$

Por tanto, para que el sistema de control sea estable, el rango de K sería

$$\frac{14}{9} > K > 0$$

Cuando $K = 14/9$ el coeficiente de la primera columna de la fila s^1 se hace cero, esto significa que existen raíces imaginarias y el sistema se vuelve oscilatorio y,

matemáticamente, la oscilación se mantiene en una magnitud constante.

Ejercicio Aplicativo 7.3

$$s^3 + 2s^2 + s + 2 = 0$$

El arreglo es:

$$\begin{array}{r} s^3 \quad 1 \quad 1 \\ s^2 \quad 2 \quad 2 \\ s^1 \quad 0 = \varepsilon \\ s^0 \quad 2 \end{array}$$

Si el signo del coeficiente que está encima del cero (ε) es igual al signo que está debajo de él, quiere decir que hay un par de raíces imaginarias.

Ejercicio Aplicativo 7.4

Si todos los coeficientes de cualquier renglón son ceros significa que existen raíces con magnitudes iguales y signos opuestos y/o dos raíces imaginarias conjugadas. En este caso, la evaluación del resto del arreglo continúa mediante la formación de un polinomio auxiliar con los coeficientes del último renglón y mediante el empleo de los coeficientes de la derivada de este polinomio en el renglón siguiente. Tales raíces se encuentran despejando el polinomio auxiliar, que siempre es par. Para un polinomio de grado $2n$, existen n pares de raíces iguales y opuestas. Por ejemplo, considere la ecuación:

$$s^5 + 2s^4 + 24s^3 + 48s^2 + 25s + 50 = 0$$

El arreglo de coeficientes es

$$\begin{array}{r} s^5 \quad 1 \quad 24 \quad 25 \\ s^4 \quad 2 \quad 48 \quad 50 \quad \leftarrow \text{Polinomio auxiliar } P(s) \\ s^3 \quad 0 \quad 0 \quad \leftarrow \text{Renglón cero} \end{array}$$

Todos los términos del renglón s^3 son cero. Después se forma el polinomio auxiliar a partir de los coeficientes del renglón s^4 . El polinomio auxiliar $P(s)$ es:

$$P(s) = 2s^4 + 48s^2 + 50$$

Lo cual indica que hay dos pares de raíces de igual magnitud y signo opuesto. Estos pares se obtienen resolviendo la ecuación del polinomio auxiliar $P(s) = 0$. La derivada de $P(s)$ con respecto a s es: $dP(s)/ds = 8s^3 + 96s$

Los coeficientes de la última ecuación, sustituyen los términos del renglón 3 del

arreglo. Por consiguiente el arreglo de coeficientes se convierte en:

$$\begin{array}{r} s^5 \\ s^4 \\ s^3 \\ s^2 \\ s^1 \\ s^0 \end{array} \begin{array}{r} 1 \quad 24 \quad 25 \\ 2 \quad 48 \quad 50 \\ 8 \quad 96 \quad 0 \\ 24 \quad 50 \\ 230 \\ 50 \end{array}$$

No existen cambios de signo en la primera columna, no hay raíces con parte real positiva, sin embargo sí hay raíces imaginarias.

Despejando las raíces del polinomio auxiliar

$$P(s) = 2s^4 + 48s^2 + 50 = 0$$

Obtenemos:

$$s = \pm j4.7863$$

$$s = \pm j1.0446$$

Ejercicio Aplicativo 7.5

Determine el rango de valores de K para la estabilidad.

La ecuación característica es:

$$s^3 + 30s^2 + 200s + Ks + 40K = 0$$

El arreglo de coeficientes se convierte en

$$\begin{array}{r} s^3 \\ s^2 \\ s^1 \\ s^0 \end{array} \begin{array}{r} 1 \quad 200 + K \\ 30 \quad 40K \\ b_1 \\ c_1 \end{array}$$

$$b_1 = \frac{30(200 + K) - 40K}{30} = 200 - \frac{1}{3}K$$

$$c_1 = 40K$$

Para la estabilidad, K debe ser positiva, y todos los coeficientes de la primera columna deben de serlo también.

$$\begin{array}{l} 200 - \frac{1}{3}K > 0, \quad K < 600 \\ K > 0 \end{array}$$

Por tanto, para que el sistema de control sea estable, el rango de K sería

$$0 < K < 600$$

Cuando $K=600$, el sistema se vuelve oscilatorio y, matemáticamente, la oscilación se mantiene en una amplitud constante.

Ejercicio Aplicativo 7.6

Determine la estabilidad para siguiente sistema.

La ecuación característica es:

$$s^5 + 2s^4 + 2s^3 + 4s^2 + 11s + 10 = 0$$

El arreglo de coeficientes se convierte en

$$\begin{array}{r} s^5 \\ s^4 \\ s^3 \\ s^2 \\ s^1 \\ s^0 \end{array} \begin{array}{ccc} 1 & 2 & 11 \\ 2 & 4 & 10 \\ \varepsilon & 6 & \\ c_1 & 10 & \\ d_1 & & \\ 10 & & \end{array}$$

$$c_1 = \frac{4\varepsilon - 12}{\varepsilon} = -\frac{12}{\varepsilon}$$

$$d_1 = \frac{6c_1 - 10\varepsilon}{c_1} = 6$$

Como el signo arriba ya bajo de ε son diferentes, existen dos cambios de signo en los coeficientes de la primera columna, hay dos raíces con parte real positiva, el sistema es inestable.

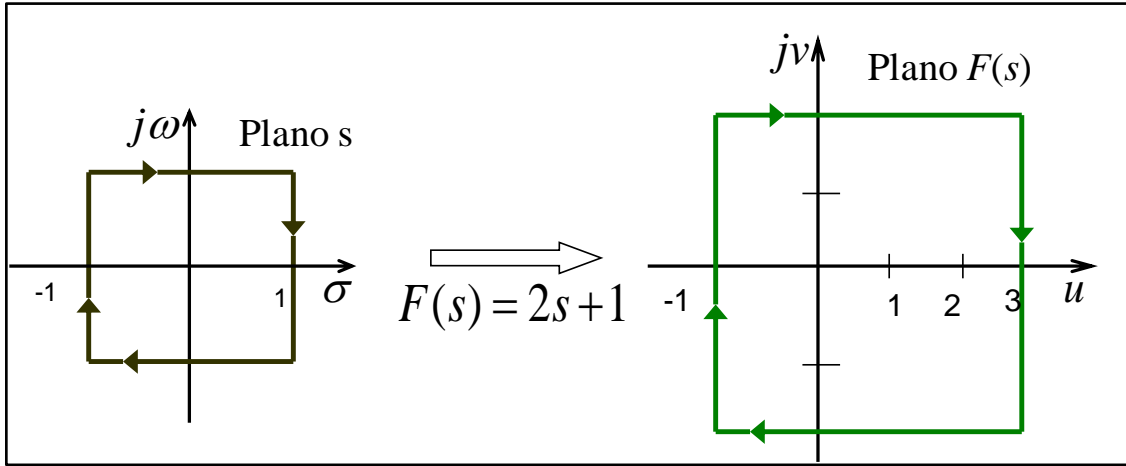
CAPITULO VIII: CRITERIO DE ESTABILIDAD DE NYQUIST

8.1. TRANSFORMACIÓN DE CONTORNOS EN EL PLANO S

Suponga que se quiere transformar una serie de valores de s en el plano s , donde todos ellos forman una trayectoria cerrada o contorno (Γ), utilizando la función

$$F(s) = 2s + 1 \dots\dots\dots (8.1)$$

Figura 75: Transformación de planos

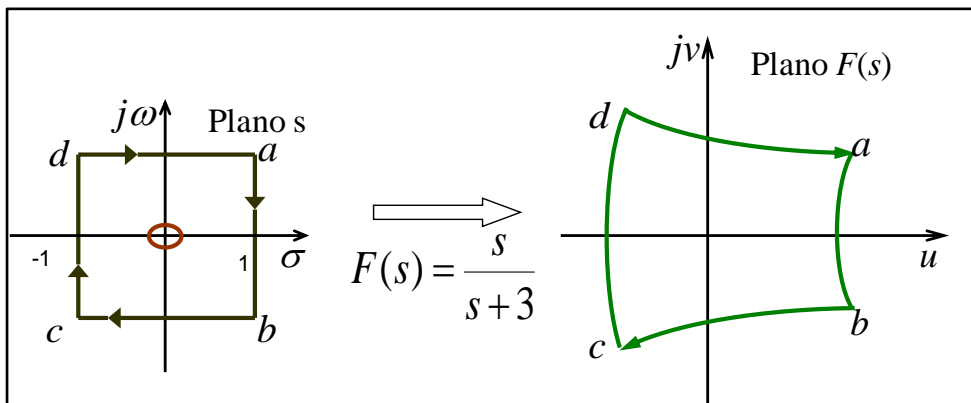


Cada punto o elemento del contorno en el plano s , tiene su representación en el plano $F(s)$. Se evalúan todos los puntos del contorno y se obtiene un contorno en el plano $F(s)$. En este caso, el contorno en el plano $F(s)$ conserva la misma forma que el contorno del plano s , (Transformación conforme).

Ambos contornos se consideran que tienen un sentido positivo.

Ahora, se transforma el mismo contorno en plano s , utilizando otra función de transformación:

Figura 76: Transformación de planos

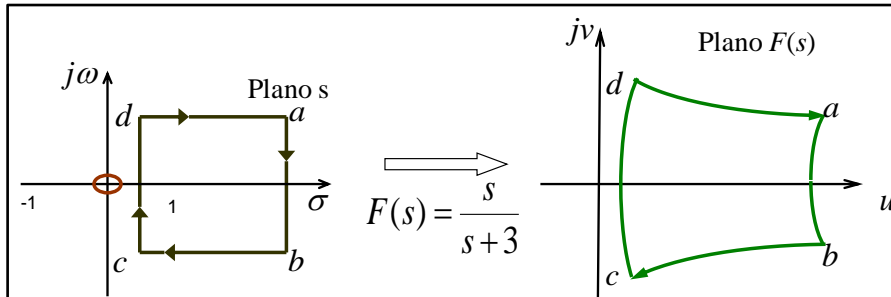


En este caso la transformación es no conforme pero conserva el sentido positivo.

Existe una característica muy interesante que ocurre cuando el contorno del plano s encierra a ceros o polos la función:

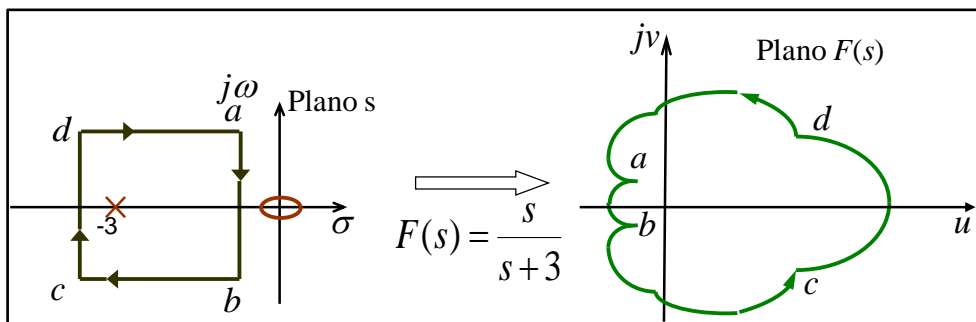
- 1.- Si el contorno en el plano s encierra a un cero de la función, el contorno en el plano $F(s)$ encierra al origen en el mismo sentido del contorno en plano s
- 2.- Si el contorno en el plano s no encierra a ningún cero o polo de la función, el contorno en el plano $F(s)$ no encierra al origen.

Figura 77: Plano s sin encerrar a ningún cero o polo



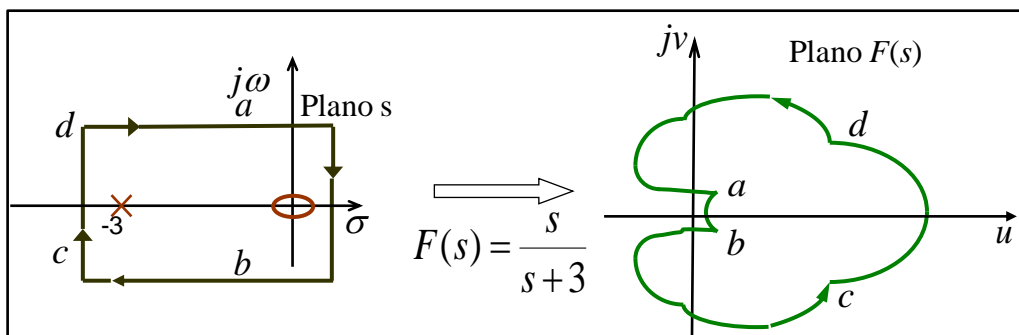
- 3.- Si el contorno en el plano s encierra a algún polo de la función, el contorno en el plano $F(s)$ encierra al origen en sentido contrario.

Figura 78: Plano s encerrando a polo de la función



- 4.- Si el contorno en el plano s encierra a un cero y un polo de la función, el contorno en el plano $F(s)$ no encierra al origen.

Figura 79: Plano s encerrando a un cero y un polo de la función



Todos estos resultados son consecuencia del principio del argumento (teorema de Cauchy).

8.2. TEOREMA DE CAUCHY (PRINCIPIO DEL ARGUMENTO)

Si un contorno Γ_s en el plano s rodea Z ceros y P polos de $F(s)$ y no pasa a través de ningún polo o cero

de $F(s)$ cuando el recorrido es en la dirección del movimiento del reloj a lo largo de contorno, el contorno correspondiente en el plano $F(s)$, rodea al origen de dicho plano, $N = Z - P$ veces en la misma dirección.

8.3.EL CRITERIO DE NYQUIST

Sea la ecuación característica

$$F(s) = 1 + P(s) = \frac{k \prod_{i=1}^n (s + s_i)}{\prod_{k=1}^m (s + s_k)} = 0$$

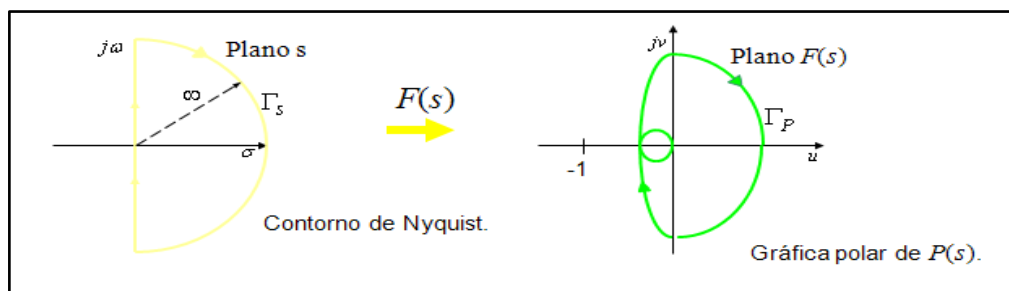
Para que el sistema sea estable, todos los ceros de $F(s)$ deben de estar localizados en la parte izquierda del plano s . Por tal motivo se escogen un contorno Γ_s en el plano s que encierre toda la parte derecha del plano y por medio del teorema de Cauchy se determina que ceros están dentro de Γ_s . Esto se logra graficando Γ_f en el plano $F(s)$ y observando el número de rodeos al origen.

Sin embargo es más común utilizar el polinomio en lazo abierto $P(s)$ por ser relativamente más sencillo, entonces:

$$F(s) = 1 + P(s) \Rightarrow F'(s) = F(s) - 1 = P(s)$$

Con este cambio de variables los rodeos se analizan sobre el punto $(-1 + j0)$ del plano $F(s)$.

Figura 80: Grafica del criterio de NYQUIST



8.3.1. Criterio de estabilidad de Nyquist

Un sistema de retroalimentación es estable si y solamente si, el contorno Γ_p , en el plano $P(s)$ no rodea el punto $(-1 + j0)$ cuando el número de polos de $P(s)$ en la parte derecha del plano s es cero.

Un sistema de control con retroalimentación es estable si y solamente si, en el contorno el número de rodeos al punto $(-1 + j0)$ en el sentido contrario al movimiento del reloj es igual al número de polos de $P(s)$ con partes reales positivas.

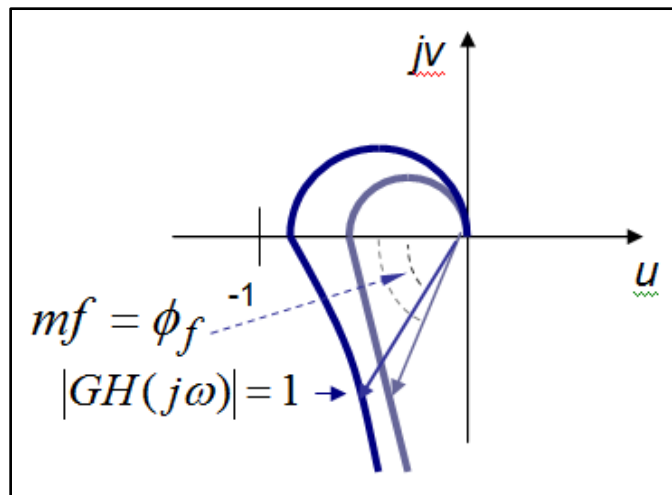
8.3.2. Estabilidad relativa y criterio de Nyquist

El criterio de estabilidad de Nyquist se define en términos del punto $(-1 + j0)$ en la gráfica polar. La proximidad a ese punto determina la estabilidad relativa de un sistema.

$$\text{Margen de ganancia} = \frac{1}{d} \dots\dots\dots (7.3)$$

Otra medida de la estabilidad relativa es el **margen de fase**, que se define como el ángulo de fase que se debe girar el lugar geométrico $GH(j\omega)$ para que el punto de magnitud unitaria $|GH(j\omega)|=1$ pase a través del punto $(-1 + j0)$ en el plano $GH(j\omega)$.

Figura 81: Margen de fase (mf)



El margen de ganancia. - Se define como el recíproco de la ganancia para la frecuencia en que el ángulo de fase alcanza 180° , es decir cuando $v = 0$.

El margen de ganancia es el factor por el cual se tendrá que multiplicar la ganancia del sistema para que el lugar geométrico pase a través del punto $(-1 + j0)$.

Ejemplo Aplicativo 7.1: Análisis de Estabilidad

Realice la gráfica de Nyquist y determine el rango de estabilidad de:

$$G(s) = \frac{K}{s(s+4)(s+5)}$$

Solución

Para realizar el contorno Γ_p primero se divide el contorno Γ_s en cuatro tramos:

Tramo 1 (T1). Se evalúa la función desde la frecuencia $\omega = 0$ hasta $\omega \rightarrow \infty$ (gráfica polar).

$$\omega \rightarrow j\infty$$

$$\omega \rightarrow -j\infty$$

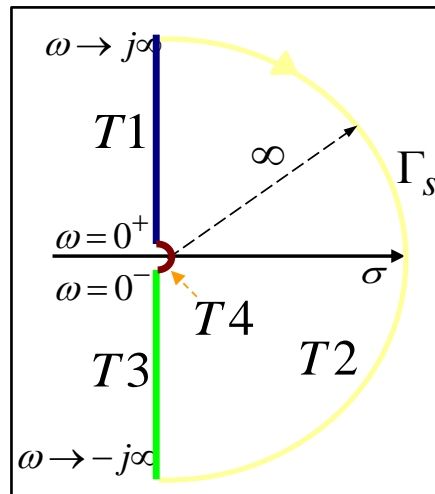
Γ

Tramo 2 (T2). Desde la frecuencia $\omega \rightarrow \infty$ a la frecuencia $\omega = 0^-$. En este caso se cambia la variable s de la función por $\varepsilon e^{j\theta}$ donde ε representa un radio de valor infinito y θ es una evaluación angular de 90° a -90° .

Tramo 3 (T3). Se evalúa la función desde la frecuencia $\omega \rightarrow \infty$ hasta $\omega = 0^+$, (espejo de la gráfica polar).

Tramo 4 (T4). Desde la frecuencia $\omega \rightarrow 0^+$ a la frecuencia $\omega \rightarrow 0^-$. En este caso se cambia la variable s de la función por $\varepsilon e^{j\theta}$ donde ε representa un radio de valor muy pequeño y θ es una evaluación angular de -90° a 90° . El tramo se diseña para rodear a posibles ceros o polos en el origen de la función a evaluar.

Figura 82: Grafica del contorno Γ_s



T1. Se cambia en la función la variable s por $j\omega$ y se obtiene la gráfica polar

$$G(s) = \frac{K}{s(s+4)(s+5)} \Rightarrow G(j\omega) = \frac{K}{j\omega(j\omega+4)(j\omega+5)} = \frac{K}{-j\omega^3 - 5\omega^2 - 4\omega^2 + j20\omega}$$

Se separa la parte real e imaginaria utilizando el complejo conjugado del denominador

$$G(j\omega) = \frac{K}{-9\omega^2 + j\omega(20 - \omega^2)} \cdot \frac{-9\omega^2 - j\omega(20 - \omega^2)}{-9\omega^2 - j\omega(20 - \omega^2)}$$

$$G(j\omega) = \frac{-9K}{\omega^4 + 41\omega^2 + 400} - j \frac{(20 - \omega^2)K}{\omega^5 + 41\omega^3 + 400\omega}$$

Para obtener la gráfica polar se evalúa la ecuación resultante:

Desde $\omega \rightarrow \infty$ hasta $\omega = 0$.

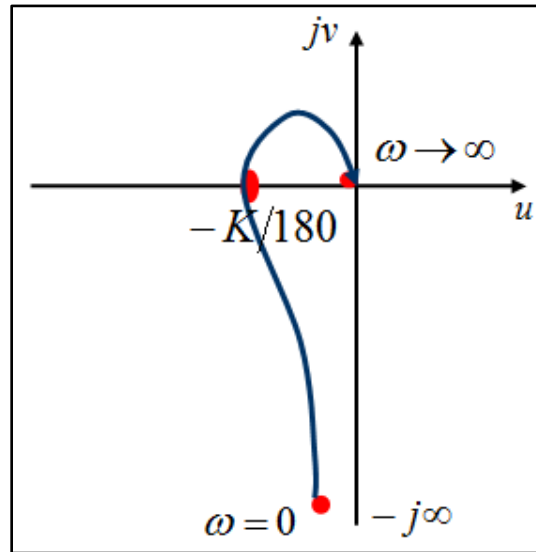
$$G(0) = \frac{-9K}{(0)^4 + 41(0)^2 + 400} - j \frac{(20 - (0)^2)K}{(0)^5 + 41(0)^3 + 400(0)} = -\frac{9K}{400} - j\infty$$

$\omega \rightarrow \infty$

$$G(0) = \frac{-9K}{(\infty)^4 + 41(\infty)^2 + 400} - j \frac{(20 - (\infty)^2)K}{(\infty)^5 + 41(\infty)^3 + 400(\infty)} = -0 + j0$$

Nota. Si se tienen dudas acerca de las evaluaciones, se recomienda utilizar valores muy pequeños para aproximar $\omega = 0$ y valores muy grande de ω para aproximar cuando $\omega \rightarrow \infty$ Entonces se tiene el punto de inicio y el punto final en la gráfica polar.

Figura 83: Gráfica POLAR



Como a la frecuencia $\omega \rightarrow \infty$ el valor es final es $-0 + j0$, se tiene que la gráfica polar llega a cero por el cuadrante superior izquierdo. Como se inició en el cuadrante inferior izquierdo, existe un cruce por el eje real y su valor se obtiene al igualar a cero la parte imaginaria de la ecuación resultante:

$$0 = -j \frac{(20 - \omega^2)K}{\omega^5 + 41\omega^3 + 400\omega}$$

$$0 = 20 - \omega^2 \rightarrow \omega = \sqrt{20}$$

Y esta frecuencia se evalúa en la parte real

$$\text{Re}(\omega) = \frac{-9K}{(\sqrt{20})^4 + 41(\sqrt{20})^2 + 400}$$

$$\text{Re}(\omega) = \frac{-1K}{180}$$

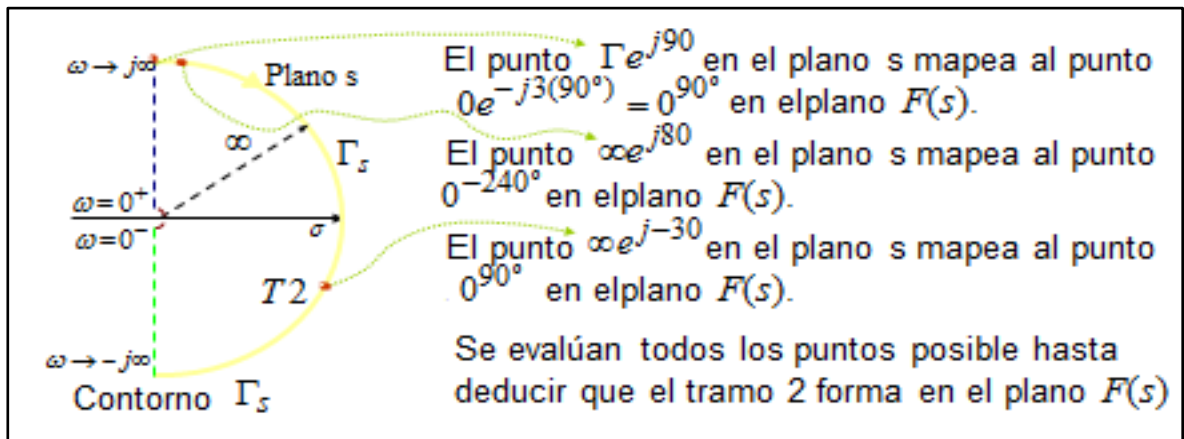
Se obtiene otro punto para la gráfica. Con ellos se dibuja de manera aproximada la gráfica polar. (Nota: para una mejor aproximación de la gráfica, se pueden evaluar más frecuencias)

T2. Se cambia en la función la variable s por $\Gamma e^{j\theta}$ y se evalúa desde 90° a -90°

$$G(s) = \frac{K}{s(s+4)(s+5)} \quad \rightarrow \quad G(j\omega) = \frac{K}{\Gamma e^{j\theta}(\Gamma e^{j\theta} + 4)(\Gamma e^{j\theta} + 5)}$$

$$G(j\omega) \approx \frac{K}{\Gamma e^{j\theta}(\Gamma e^{j\theta})(\Gamma e^{j\theta})} \approx \frac{K}{\Gamma e^{j3\theta}} \approx 0e^{-j3\theta}$$

Figura 84: Gráfica de Nyquist



BIBLIOGRAFÍA

1. G. Stephanopoulos, "Chemical Process Control: An Introduction to Theory and Practice," Prentice-Hall, 1984
2. W.L. Luyben, "Process Modeling, Simulation and Control for Chemical Engineers," 2nd Edition, McGraw-Hill, 1990.
3. Richard C. Dorf and Robert M. Bishop, "Modern Control Systems," Seventh Edition, Addison-Wesley, Reading, Massachusetts, 1995.
4. Gene F. Franklin, J. David Powell, and Abbas Emami-Naeini, "Feedback Control of Dynamic Systems," Third Edition, Addison-Wesley, Reading, Massachusetts, 1994.
5. Benjamin C. Kuo, "Automatic Control Systems," Seventh Edition, Prentice Hall, Englewood Cliffs, New Jersey, 1995.
6. Norman S. Nise, "Control Systems Engineering," Second Edition, Benjamin-Cummings, Redwood City, California, 1995.
7. Almidón A., Castro M., De La Cruz E. y Carbajal H. 2010. Identificar los procesos agrícolas que pueden tecnificar utilizando labview para mejorar la competitividad de una unidad productiva en el valle del río Upamayo. UNH. Perú.
8. Åström, K.J, y B. Wittenmark, 1997. "Computer controlled systems, theory and design". Prentice Hall.
9. Brogan, W.L, 1991. "Modern control theory". Prentice Hall, 1991 Chen, C.T., 1987. "Control system design". Pod Wood Press.
10. De La Cruz E., Vargas J., Carbajal H. y Almidón A. 2009. Identificación de los factores que posibilitarían la implementación de una red de fibra óptica en línea de alta tensión para la interconexión de la región Huancavelica a la red de transmisión de datos nacional e internacional. UNH. Perú.
11. DISTEFANO, Joseph y otros (1995). " Retroalimentación y Sistemas de Control ". MC. GRAW-HILL. México
12. DORF, Richard (1989). " Sistemas Modernos de Control ". Addison - Wesley Iberoamericana. U. S. A.
13. Dorf, R. - Bishop, R., Sistemas de Control Moderno, 2005, 10ª edición, Pearson Educación S.A., Madrid, España, 888 páginas.
14. Eronini Umez - Eronini, Dinámica de Sistemas y Control, 2001, 1ª edición, Thomson - Learning, México, 734 páginas.
15. Franklin, G.F y J.D. Powelly A. Emami-Naeni, 1991. "Control de sistemas dinámicos con realimentación". Addison-Wesley Iberoamericana.
16. Franklin, G.F. y J.D. Powell, 1989. "Digital control of dinamic systems". Addis
17. Franklin, G. - Powell, J. - Emami-Naeini, A., Feedback Control of Dynamic Systems, 2002, 4ª edición, Prentice Hall International, USA, 618 páginas.
18. Gopal, M., 1984. "Modern control system theory". Wiley Eastern Limited., 1984.
19. HOSTETTER, Gene H. y otros (1992). " Sistemas de Control ". MC. GRAW HILL. México.
20. IEEE Transactions on Automatic Control.
21. IEEE Transactions on Control Systems Magazine.
22. IEEE Transactions on Control Systems Technology.
23. KUO, Benjamín (1996) " Sistemas de Control Automático ". Prentice Hall. México
24. Kuo, B. - Golnaraghi, F. **Automatic Control Systems**, 2003, 8ª edición, John Wiley & Sons, Inc, USA, 609 páginas.
25. Navarro, Rina, **Ingeniería de Control: Analógica y Digital**, 2004, 1ª edición, Mc Graw Hill, México, 280 páginas.

26. Nise, N., **Sistemas de control para Ingeniería**, 2004, 1ª edición, CECSA S.A., México, 970 páginas.
27. OGATA, Katsuhiko (1993). " Ingeniería de Control Moderna ". Prentice Hall. México.
28. OGATA, Katsuhiko (1996). Segunda edición. " Sistemas de Control en tiempo Discreto ". Prentice Hall. México.
29. OGATA, Katsuhiko (1999). " Problemas de Ingeniería de Control ". Prentice Hall. España.
30. OGATA, Katsuhiko., (2003). Cuarta edición. "**Ingeniería de control moderna**". Prentice-Hall.
31. Ogata, K., **Ingeniería de Control Moderna**, 2005, 4ª edición, Prentice Hall International, Madrid, España, 965 páginas.
32. OGATA, Katsuhiko., (2003). Cuarta edición. "Ingeniería de control moderna". Prentice-Hall.
33. Ollero, A., 1991. "Control por computador. Descripción interna y diseño óptimo".; Marcombo Boixerau Editores.
34. Phillips, C.L. y H. Nagle, 1984. "Digital control systems analysis and design". Prentice-Hall.
35. ROHRS, Charles E. y MELSA, James L. (1994). " Sistemas de Control Lineal ". MC GRAW HILL. México
36. Shahian B. y M. Hassul, 1993. "Control system design using MATLAB". Prentice-Hall.on-Wesley.

REFERENCIA ELECTRÓNICA

1. www.control-automatico.net
2. www.mathworks.com
3. www.prenhall.com/dorf